

表 11.4 兩母體變異數的假設檢定摘要

	右尾檢定	雙尾檢定
假設	$H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ $H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$
檢定統計量	$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$	$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$
拒絕法則： <i>p</i> 值法	若 <i>p</i> 值 $\leq \alpha$ ， 則拒絕 H_0	若 <i>p</i> 值 $\leq \alpha$ ， 則拒絕 H_0
拒絕法則： 臨界值法	若 $F \geq F_\alpha$ ， 則拒絕 H_0	若 $F \geq F_{\alpha/2}$ ， 則拒絕 H_0

注意：母體 1 具有較大之樣本變異數

評註

研究顯示 F 分配對常態母體的假設非常敏感，故如果無法合理地假設兩母體至少近似於常態分配，則不應使用 F 分配。

習題

方法

13. 從附錄 B 的表 4 中，查出以下 F 分配值。
- $F_{0.05}$ ，自由度為 5 與 10。
 - $F_{0.025}$ ，自由度為 20 與 15。
 - $F_{0.01}$ ，自由度為 8 與 12。
 - $F_{0.10}$ ，自由度為 10 與 20。
14. 某一由母體 1 所選取的 16 個元素的樣本，其樣本變異數為 $s_1^2 = 5.8$ ；由母體 2 所選取的 21 個元素的樣本，其樣本變異數為 $s_2^2 = 2.4$ 。請以 0.05 的顯著水準檢定以下假設。

$$H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

- 使用 p 值法檢定，你的結論為何？
 - 使用臨界值法重複檢定。
15. 考慮以下的假設檢定。

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

- 當 $n_1 = 21$, $s_1^2 = 8.2$, $n_2 = 26$ 且 $s_2^2 = 4.0$ 時，你的結論為何？以 $\alpha = 0.05$ 與 p 值法檢定之。

SELF test

b. 使用臨界值法重複上述檢定。

應用

16. Media Metrix 與 Jupiter 通信公司針對成年人與青少年每月上網時間作調查 (*USA Today*, September 14, 2000)。該研究指出青少年平均上網時間高於成年人。設若抽樣 26 位成年人與 30 位青少年，其每月上網時間的標準差分別為 94 分鐘與 58 分鐘。此抽樣結果支持成年人比青少年有較大的上網時間變異數嗎？請使用 $\alpha=0.01$ 。 p 值為何？

17. 大部分的人都知道，汽車平均每年的修理費與車齡有關。某研究人員想知道隨著車齡的增加，其平均每年修理費的變異數是否也會增加。26 輛車齡 4 年的汽車其年修理費的樣本標準差為 \$170，另 25 輛車齡 2 年的汽車其年修理費的樣本標準差為 \$100。

- a. 請就車齡愈老，其年修理費的變異數愈大的說法，列出其虛無及對立假設。
- b. 在顯著水準為 0.01 下，你的結論為何？ p 值為何？試討論其合理性。

18. 航空工業中 10 家公司其每股 12 個月的利潤之標準差為 4.27，而在汽車工業中 7 家公司每股 12 個月獲利之標準差為 2.27 (*BusinessWeek*, August 14, 2000)，請在 $\alpha=0.05$ 下檢定變異數相等之假設。你對於在航空工業及汽車工業每股獲利的變化性有何看法？

19. 產品製程的變異數是衡量該製程品質的重要指標之一。變異數大通常意味著我們需尋找降低此一變異數的方法，以改善該製程。在顯著水準為 0.05 下，檢定兩台機器所生產茶包重量的變異數是否有顯著差異。你的結論為何？哪一台機器提供了較大改善品質的機會？

SELF test

CD file
Bags

機器 1	2.95	3.45	3.50	3.75	3.48	3.26	3.33	3.20
	3.16	3.20	3.22	3.38	3.90	3.36	3.25	3.28
	3.20	3.22	2.98	3.45	3.70	3.34	3.18	3.35
	3.12							
機器 2	3.22	3.30	3.34	3.28	3.29	3.25	3.30	3.27
	3.38	3.34	3.35	3.19	3.35	3.05	3.36	3.28
	3.30	3.28	3.30	3.20	3.16	3.33		

20. 根據 Romac 薪資調查的資料，會計師事務所中主管級人員年薪的變異數約為 2.1，經理級人員年薪的變異數為 11.1。假定前述薪資資料是以千元為單位，取自 25 位主管級人員及 26 位經理級人員，在顯著水準為 0.05 下，檢定這兩個母體的薪資變異數為相等的假設。你得到何種結論？

21. Fidelity Magellan 是大型成長共同基金，Fidelity Small Cap Stock 是小型成長共同基金 (*Morningstar Funds 500*, 2006)。兩基金的標準差的計算均採樣本大小為 26。Fidelity Magellan 的樣本標準差是 8.89%，Fidelity Small Cap Stock 則是 13.03%。金融分析師常使用標準差來衡量股票與基金的風險。試建立假設檢定來決定是否小型成長基金的風險大於大型成長基金。使用 $\alpha=0.05$ 顯著水準。

22. 某研究假設為汽車在濕滑路面上煞車距離的變異數，會遠大於在乾燥路面上煞車距離的變異數。在該研究中，以行駛速度相同的 16 輛汽車先在濕滑路面上測量其煞車距離，然後在乾燥路面上再測量其煞車距離。測量結果，濕滑路面煞車距離的標準差為 32 呎，乾燥路面則為 16 呎。
- 在顯著水準為 0.05 下，該樣本資料是否可支持濕滑路面煞車距離的變異數大於乾燥路面煞車距離的變異數之結論？其 p 值為何？
 - 根據你的統計結論，對安全駕駛的建議為何？

本章摘要

在本章，我們介紹了有關母體變異數推論的統計程序，包括卡方分配及 F 分配等兩種新的機率分配。其中，卡方分配可用來進行單一常態母體的變異數的區間估計與假設檢定。

我們也介紹了以 F 分配來進行兩常態母體變異數的假設檢定。尤其說明了，從具有相同變異數 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 的兩個常態母體抽取樣本大小分別為 n_1 與 n_2 的獨立簡單隨機樣本，其樣本變異數的比率 s_1^2 / s_2^2 的抽樣分配，乃分子與分母的自由度分別為 $n_1 - 1$ 與 $n_2 - 1$ 的 F 分配。

重要公式

單一母體變異數的區間估計

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha/2}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi_{(1-\alpha/2)}^2} \quad (11.7)$$

單一母體變異數假設檢定之檢定統計量

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \quad (11.8)$$

當 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 時，母體變異數的假設檢定之檢定統計量

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad (11.10)$$

補充習題

23. 為了制定用人決策，Gibson-Marimont 旅館的經理想瞭解年中某一季每天住房數的變動程度。以 20 個營業日為樣本，求得每天住房數的樣本平均數為 290 間，樣本標準差為 30 間。
- 試求母體變異數的點估計值。
 - 試求母體變異數的 90% 信賴區間估計。