電位能與電位

University Physics

Chapter 13

Key Concepts

13.1 電位能與電位

- 電位能

  靜電力為保守力。

  1. 靜電力對電荷所做的功與路徑無關。
  2. 靜電力沿任一封閉曲線所做的功為零。

$$W_{\text{consrv}} \equiv -\Delta U = -(U_{\text{f}} - U_{\text{i}})$$

$$W_{\text{E}} = -\Delta U_{\text{E}}$$

$$\int_{\text{i}}^{\text{f}} \vec{\mathbf{F}}_E \cdot d\vec{\mathbf{r}} = -\Delta U_{\text{E}} = -(U_{\text{E,f}} - U_{\text{E,i}})$$

$$q\int_{\text{i}}^{\text{f}} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = -(U_{\text{E,f}} - U_{\text{E,i}})$$

電位

- 定義空間中之一點的電位 (**electric potential**) 為單位電荷在該點的電位能：

$$V \equiv \frac{U_{\text{E,q}}}{q}$$

在**SI**單位制中，電位的單位為**J/C**；對**J/C**又稱為伏特 (**volt; V**)，其中 $\text{V} = \text{J/C}$ 。

- 若電荷**q**置於電荷為**V**的位置，將式 (**13.6**) 重組即可得電荷的電位能 $U_{\text{E,q}} = qV$

$$\int_{\text{i}}^{\text{f}} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = -(V_{\text{f}} - V_{\text{i}})$$

$$\boxed{V_{\text{f}} - V_{\text{i}} = -\int_{\text{i}}^{\text{f}} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}}$$

例題 13.1

一閃電雲層的底部與地面可視為一對平行、帶電平面，中間有空氣介於其間。

a.試計算此帶電平面間之一點的電位。設此帶電平面相距***d***，而其間的均勻電場為***E***，方向沿著 $\hat{x}$ 方向，如圖13.1。

b.二帶電平面間的電位差為何？

c.若選定其中之一平面之電位為***0***，試繪 $V(x)$ 與 ***x*** 的關係圖

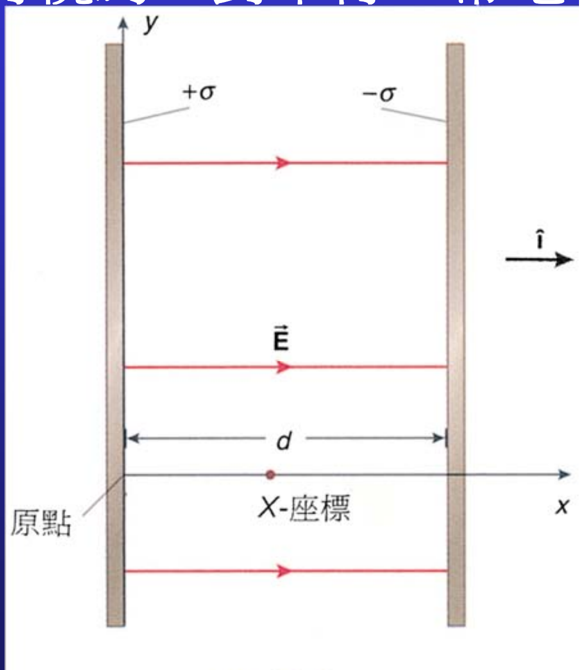


圖 13.1

解-1：

$\vec{\mathbf{E}} = E\hat{\mathbf{i}}$

a. 選定原點為初始位置，而座標 ***x*** 為末位置

$$V(x) - V(0) = -\int_0^x \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

$$\begin{aligned} V(x) - V(0) &= -\int_0^x E\hat{\mathbf{i}} \cdot dx\hat{\mathbf{i}} \\ &= -E\int_0^x dx \\ &= -Ex \end{aligned}$$

b. 在 $x = d$ 處，剛好是帶負電的板，由 (2) 式可得

$$V(d) - V(0) = -Ed$$

此即為二板間的電位差。

解-2：

c. 1) 若選定 $V(d)=0$ ，亦即選定負板為零電位；由 (3) 式得

$$V(0)=Ed$$

$$V(x)-Ed=-Ex$$

$$V(x)=Ed-Ex$$

2) 若選定 $x=0$ 處為零點電位，亦即 $\mathbf{V(0)=0}$ ，則 (3) 式為

$$V(d)-0=-Ed$$

$$V(d)=-Ed$$

$$V(x)-0=-Ex$$

$$V(x)=-Ex$$

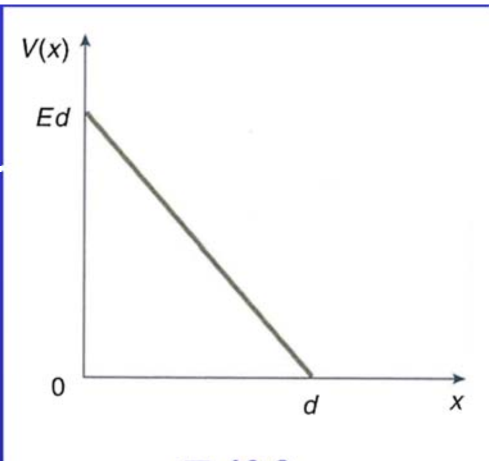


圖 13.2

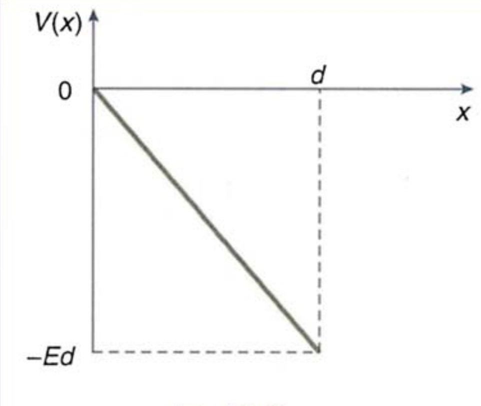


圖 13.3

13.2 點電荷的電位

➢ 與點電荷相距之電場為

$$\vec{\mathbf{E}}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

我們想找出 $\vec{\mathbf{r}}_i$ 與 $\vec{\mathbf{r}}_f$ 兩點間之電位差，如圖13.4。

$$V(r_f)-V(r_i)=-\int_i^f \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

我們選擇一個以 r_i 為半徑之弧長 “弧長 (1)” 再沿 $\vec{\mathbf{r}}_f$ 方向之 “線段 (2)” 為積分路徑 (參考圖13.5)

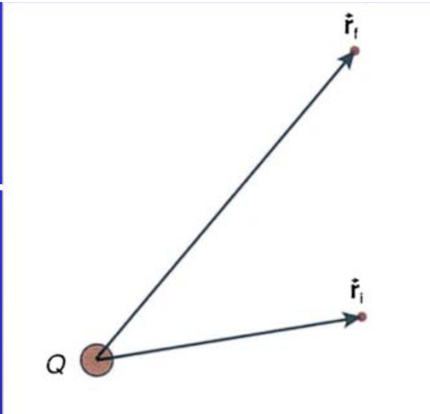


圖 13.4 點電荷 Q 之周圍

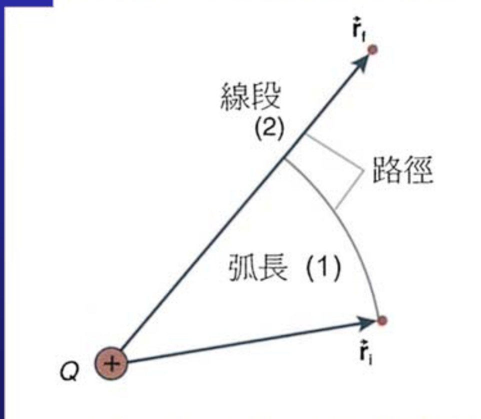


圖 13.5 由 $\vec{\mathbf{r}}_i$ 至 $\vec{\mathbf{r}}_f$ 之積分路徑

點電荷的電位

- 在弧長 (1) 上的每一點之 $\vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{r}}$ 為零，因為電場與位置向量 $d\vec{\mathbf{r}}$ 垂直 (見圖13.6)。

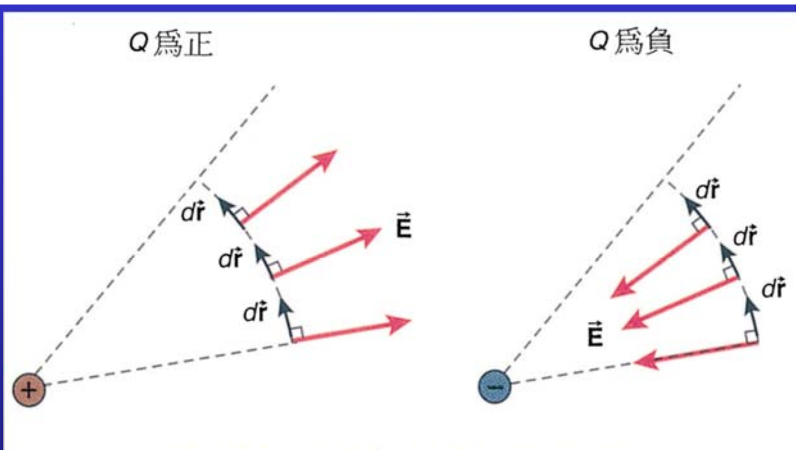


圖 13.6　圓弧上各點之 $\vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{r}}$ 爲 0

- 對點電荷而言，我們習慣上選擇無限遠之電位為參考零點。

點電荷的電位

- 電場 $\vec{\mathbf{E}}$ 沿著 $d\hat{\mathbf{r}}$ (見圖13.7) 或 $-d\hat{\mathbf{r}}$ 方向。式 (13.8) 可寫成

$$
\begin{aligned}
V(r_{\mathrm{f}})-V(r_{\mathrm{i}}) &= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}Q\int_{\mathrm{i}}^{\mathrm{f}}\frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}\cdot d\mathbf{r}\hat{\mathbf{r}} \\
&= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}Q\int_{r_{\mathrm{i}}}^{r_{\mathrm{f}}}\frac{dr}{r^2} \\
&= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}Q\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r_{\mathrm{i}}}^{r_{\mathrm{f}}} \\
&= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_{\mathrm{f}}}-\frac{1}{r_{\mathrm{i}}}\right)
\end{aligned}
$$

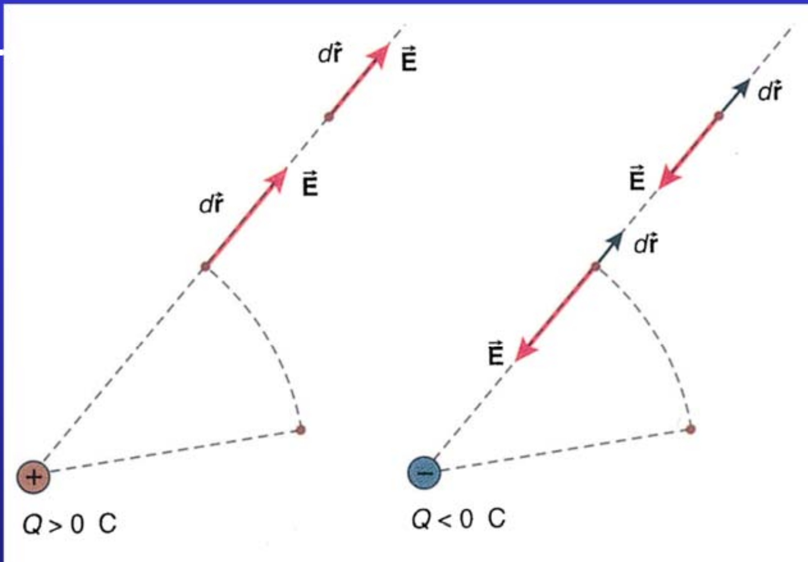


圖 13.7　電場 $\vec{\mathbf{E}}$ 與 $d\vec{\mathbf{r}}$ 平行 $(Q>0)$；電場 $\vec{\mathbf{E}}$ 與 $d\vec{\mathbf{r}}$ 反平行 $(Q<0)$。

$$r_{\mathrm{f}}=\infty, V(r_{\mathrm{f}})=0$$

$$0-V(r_{\mathrm{i}})=0-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r_{\mathrm{i}}} \Rightarrow V(r_{\mathrm{i}})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r_{\mathrm{i}}}$$

➢ 在正電荷Q周圍之電位恒為正。若為Q負，則電位為負值，見圖13.8與13.9。

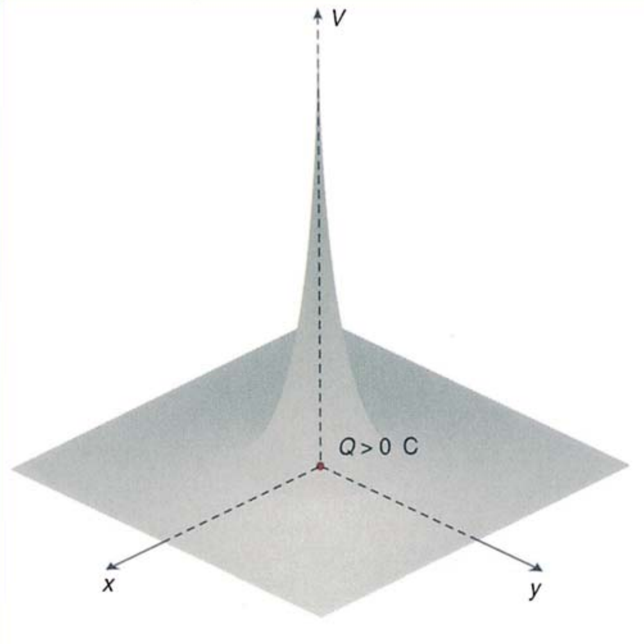


圖 13.8　正電荷位於 x - y 平面上之原點處，所建立的電位圖。

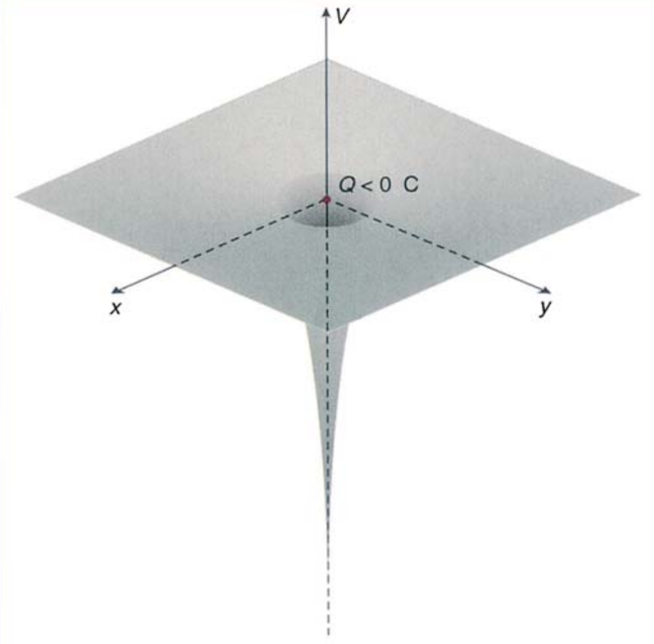


圖 13.9　負電荷位於 x - y 平面之原點處，所建立的電位圖。

例題 13.2

a.計算質子在 5.29×10^{-11} m 遠處所建立之電位。
b.若將電子置於與質子相距 5.29×10^{-11} m 處其電位能如何？

解：

a.一個點電荷**Q**之電位，可由 **(13.10)** 式得

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

將質子之帶電量為**+e**代入則得

$$\begin{aligned}V&=(9.00\times10^{9})\frac{1.602\times10^{-19}}{5.29\times10^{-11}}\\&=27.3\,(\mathrm{J/C})\\&=27.3\,(\mathrm{V})\end{aligned}$$

b.電位能可由式**(13.7)** 得

$$\begin{aligned}U_{\mathrm{E},q}&=qV\\&=(-1.602\times10^{-19})(27.3)\\&=-4.37\times10^{-18}\ (\mathrm{J})\end{aligned}$$

13.3　多數個點電荷之電位

➢ 當空間中存在之電荷不只一個，如圖**13.10**，對空間上一點**P**之電位為各點電荷在**P**點產生電位之純量和。

$$V=V_1+V_2+V_3+\cdots$$

$$\begin{aligned}V&=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r_1}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{r_2}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_3}{r_3}+\cdots\\&=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1}+\frac{Q_2}{r_2}+\frac{Q_3}{r_3}+\cdots\right)\end{aligned}$$

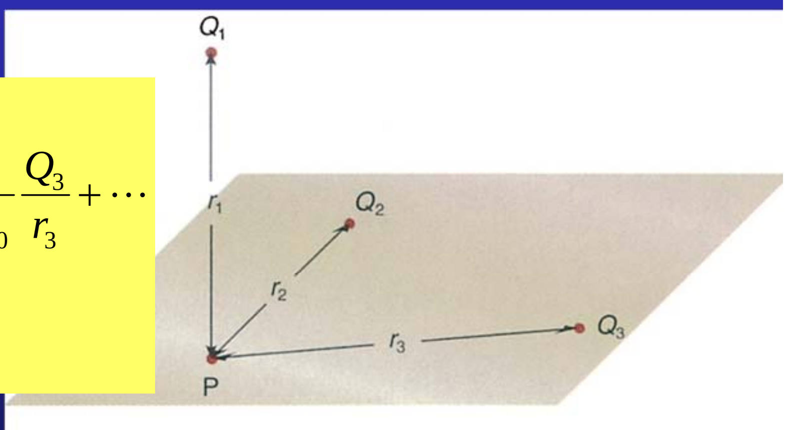


圖 **13.10**　各點電荷 Q_1 , Q_2 , Q_e 在 P 點處都產生電位

13.4　連續電荷分佈所產生之電位

- 假如電荷均勻分佈在一個有限大小的區域內，如圖13.11，我們可以將此電荷分佈切割成很多小塊，每一小塊之帶電量為dQ，此微小帶電量dQ會在P點產生微小電位dV：

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{r}$$

P點處之總電位，我們將每一微小帶電量在P點所產生之電位相加。

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dQ}{r}$$

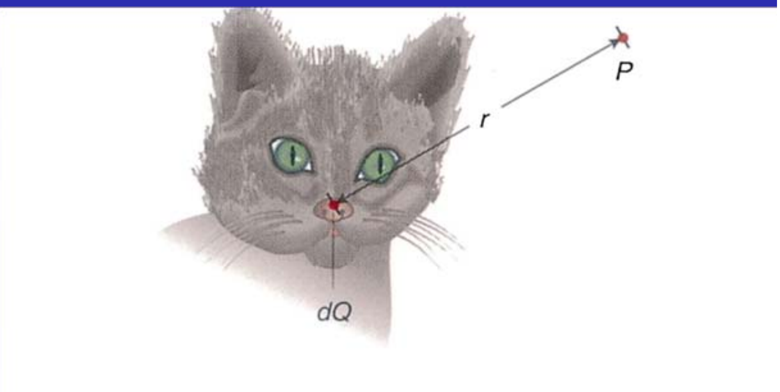


圖 13.11　每一微小電荷 dQ 在 P 點處產生一個極微小的電位 dV

例題 13.3

a.找出半徑為 R ，帶電量為 Q 之帶電圓環在軸線上離圓心 z 處之電位 (見圖13.12)。

b. 將 V 對 z 作圖。請分別對 $Q>0$ 與 $Q<0$ 作圖。

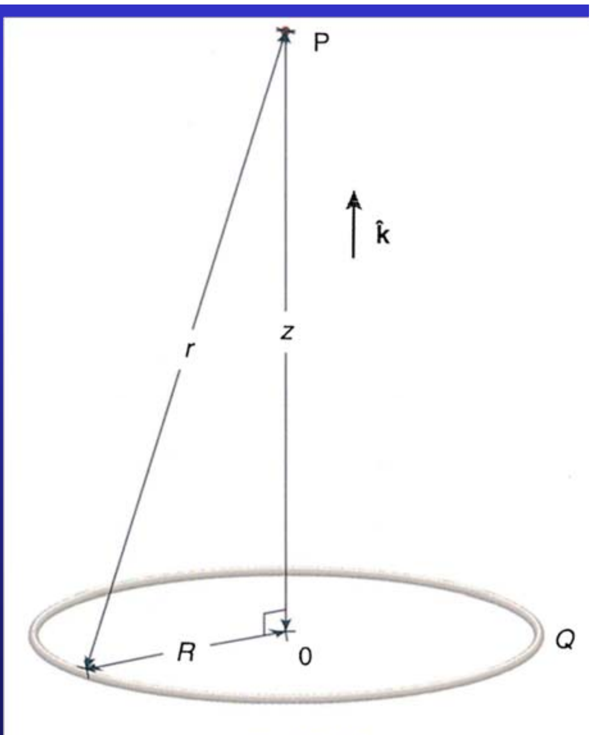


圖 13.12

解-1：

a.圓環上的電荷與P點的距離均為

$$r=(z^2+R^2)^{1/2}$$

P點之電位為

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dQ}{r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$
$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(z^2+R^2)^{1/2}}$$

若 $Q>0$，則 $V>0$ 。

若 $Q<0$，則 $V<0$ 。

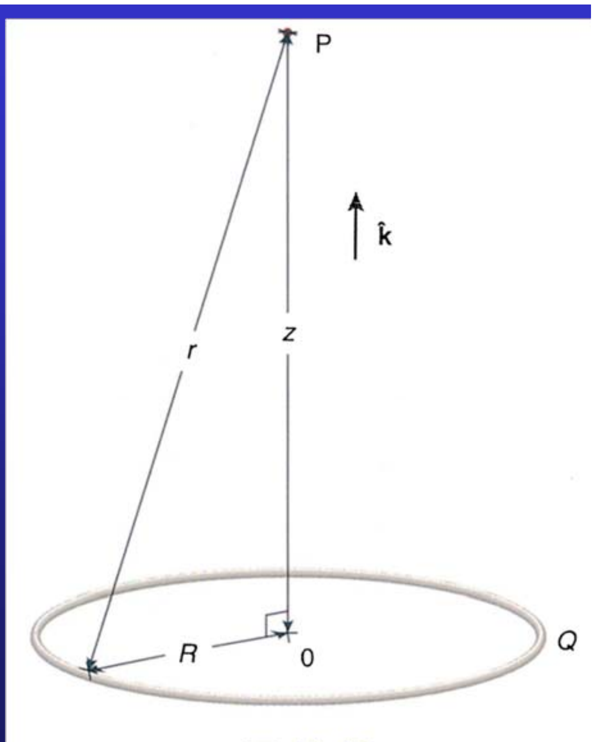


圖 13.12

解-2：

b. V 對 r 作圖，如圖13.13所示。

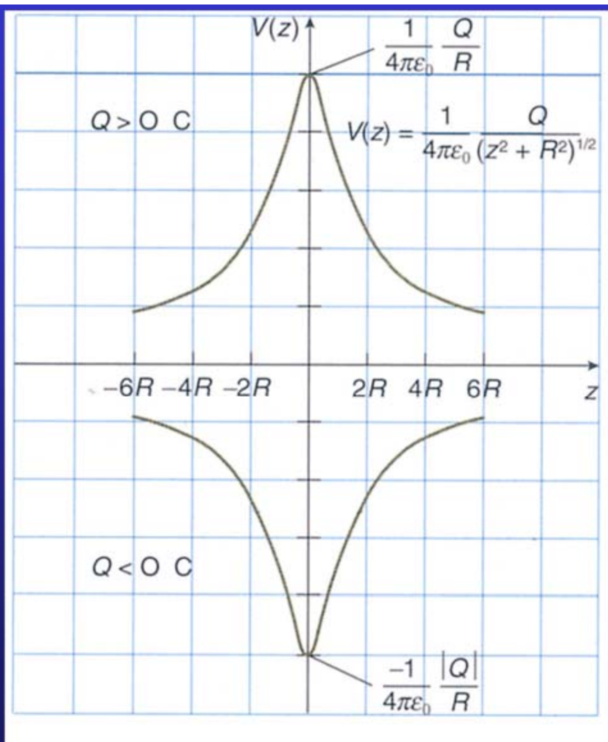


圖 13.13

例題 13.4

a. 有一半徑為 R，帶電量為 Q 之均勻帶電圓盤，在圓盤軸線上離盤心 z 處之電位為何？(見圖13.14)

b. 將 V 對 z 作圖

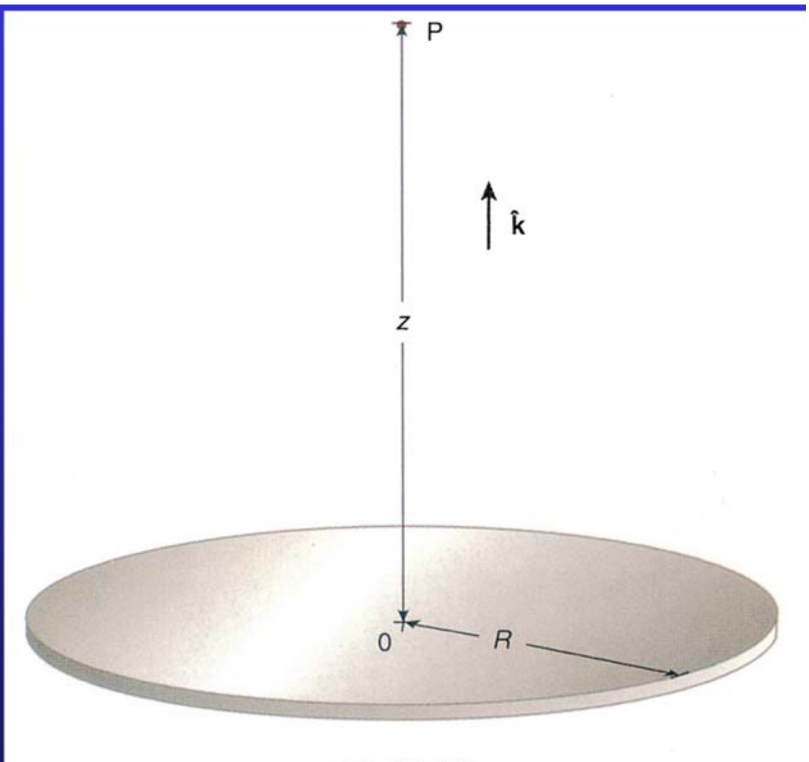


圖 13.14

解-1：

a. 此圓盤之面電荷密度 σ 為

$$\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$$

(圓環周長) (寬度) = $2\pi r dr$

$$dQ = \sigma(2\pi r)dr$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{(z^2+r^2)^{1/2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma(2\pi r)dr}{(z^2+r^2)^{1/2}}$$

$$\sigma = Q/\pi R^2$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R \frac{\sigma(2\pi r)dr}{(z^2+r^2)^{1/2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}2\pi\sigma[(z^2+R^2)^{1/2}-z]$$

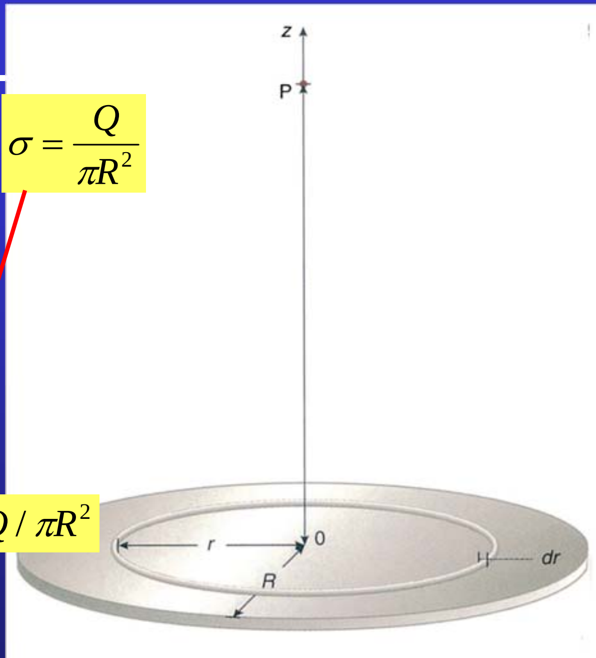


圖 13.15

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{R^2}[(z^2+R^2)^{1/2}-z]$$

解-2：

b. 如圖13.16

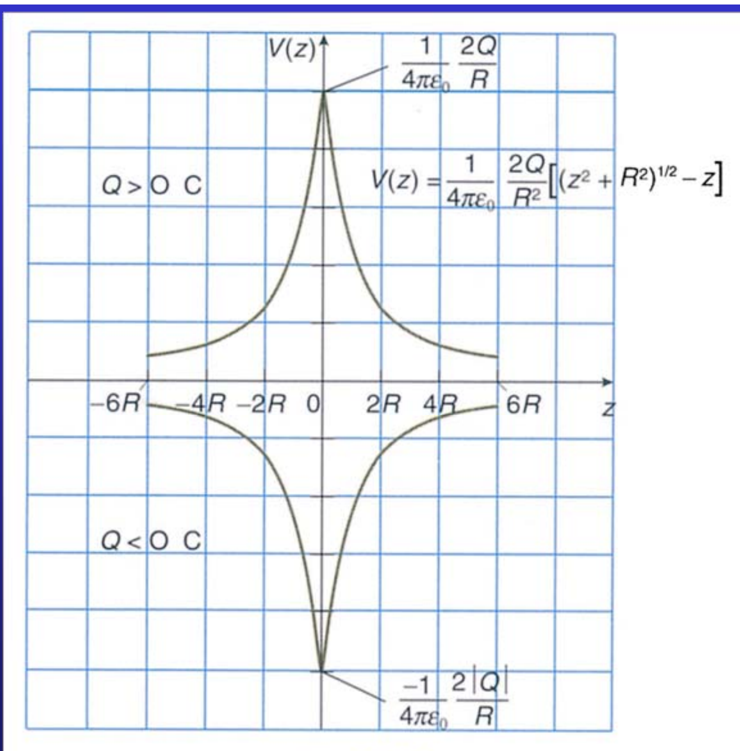


圖 13.16

例題 13.5

半徑為 ***R*** 之均勻帶電球體，帶電量為 ***Q***。電荷均勻分佈於整個球體，試計算離球心 ***r*** 處之電位，其中 ***r>R*** ，參考圖13.17。試計算球體表面， ***r=R*** 之電位。

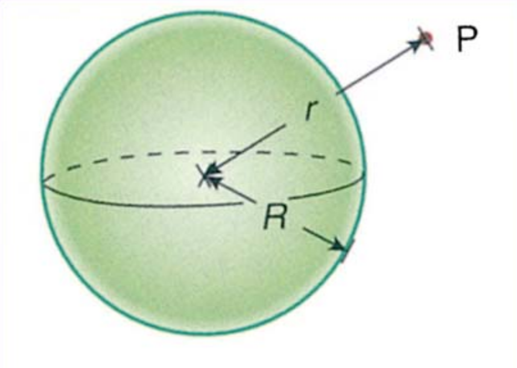


圖 13.17

解：

此電荷分佈之電場為

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

$$V(r_\mathrm{f}) - V(r_\mathrm{i}) = -\int_\mathrm{i}^\mathrm{f} \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

$$r_\mathrm{i} = \infty\ ,\ r_\mathrm{f} = r\ ,\ d\vec{\mathbf{r}} = dr\hat{\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{V}(\boldsymbol{r}) - \mathbf{V}(\infty) = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}\boldsymbol{\pi\varepsilon}_0}\mathbf{Q}\int_\infty^r \frac{\hat{\mathbf{r}}}{\boldsymbol{r}^2}\cdot \boldsymbol{d}\boldsymbol{r}\hat{\mathbf{r}} = \frac{-\mathbf{1}}{\mathbf{4}\boldsymbol{\pi\varepsilon}_0}\mathbf{Q}\int_\infty^r \frac{\boldsymbol{dr}}{\boldsymbol{r}^2} = \frac{-\mathbf{1}}{\mathbf{4}\boldsymbol{\pi\varepsilon}_0}\mathbf{Q}\left(-\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r}}\right)_\infty^r$$
$$= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}\boldsymbol{\pi\varepsilon}_0}\frac{\mathbf{Q}}{\boldsymbol{r}}$$

$$\Rightarrow\quad V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

$$r = R \qquad V(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$$

例題 13.6

a. 若例題13.5之電荷分佈於導體球，則導體球內部 ***r<R*** 之電位為何？

b. 試繪 ***V-r*** 的關係圖

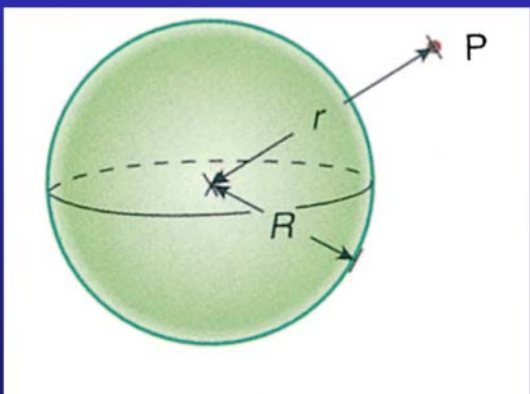


圖 13.17

解：

a. 導體上之電荷必存於導體表面；導體內部並無電荷 *(r<R)*。導體內部各點之電位相等且等於表面之電位：

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} \qquad (r<R)$$

b. 將電荷 **Q** 之電位對 ***r*** 作圖，如圖13.18

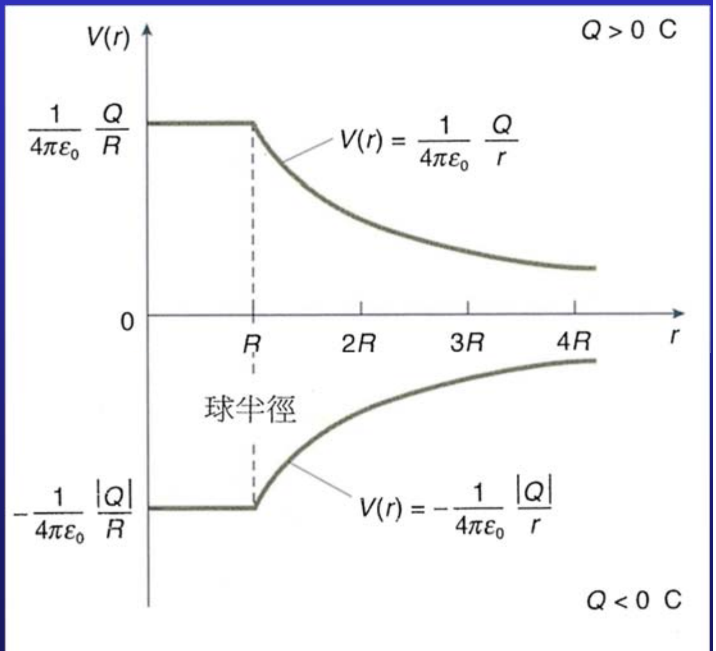


圖 13.18

例題 13.7

a. 半徑為 ***R*** ，帶電量為 **Q** 之均勻帶電非導體 (絕緣體) 球，參見圖13.19，內部 ***r<R*** 的電位為何？

b.試將 ***V*** 對 ***r*** 作圖

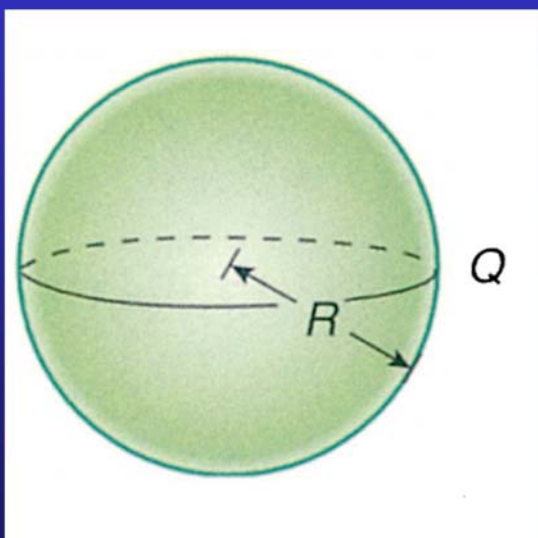


圖 13.19

解-1：

a.

$$V(r_\mathrm{f})-V(r_\mathrm{i})=-\int_\mathrm{i}^\mathrm{f}\vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

$$\vec{\mathbf{E}}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}r\hat{\mathbf{r}} \qquad d\vec{\mathbf{r}}=dr\hat{\mathbf{r}}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{V(r)-V(R)} &= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}\int_R^r r\hat{\mathbf{r}}\cdot dr\hat{\mathbf{r}}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}\int_R^r rdr=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}\left.\frac{r^2}{2}\right|_R^r\\ &= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}\left[\frac{R^2}{2}-\frac{r^2}{2}\right]\end{aligned}$$

$$V(r)-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}\left(\frac{R^2}{2}-\frac{r^2}{2}\right)$$

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{2R}\left(3-\frac{r^2}{R^2}\right) \qquad (r<R)$$

$r=0$ $\quad V(0)=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{3Q}{2R}$

解-2：

b. ***V*** 對 ***r*** 之作圖
如圖13.20

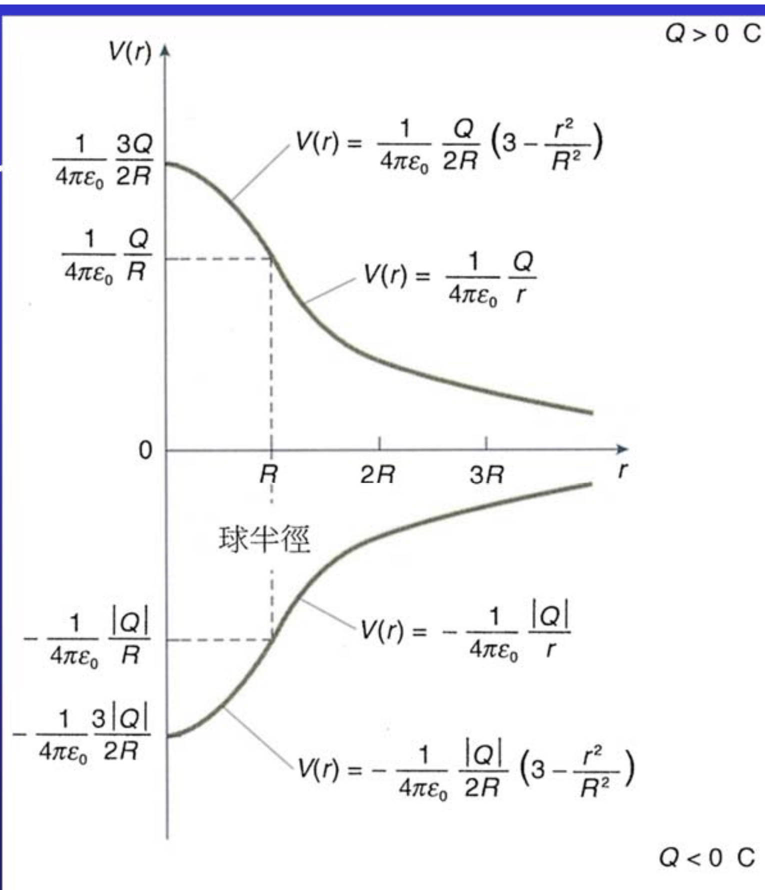


圖 13.20

13.5　等電位體與等位面

- 兩點間之電位可以由 (13.8) 式的定義得到：

$$V(r_{\mathrm{f}})-V(r_{\mathrm{i}})=-\int_{\mathrm{i}}^{\mathrm{f}}\vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

電位之微小變化為

$$dV=-\vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

- 若某一區域之各點的電位為一常數，則稱此區為等電位區 (equipotential regions) 或簡稱等電位 (equipotentials)。這些等電位點可以是體積、曲面或是曲線。

等電位體與等位面

- 在一個等位體內，V到處都相等。假如你沿著任意方向從等位體上的一點移至另一點，電位的改變是為零。
- 在等位體內之電場必為零。
- 導體為一個等位體，導體之表面為一等位面，因此，導體表面之電場必垂直於表面。

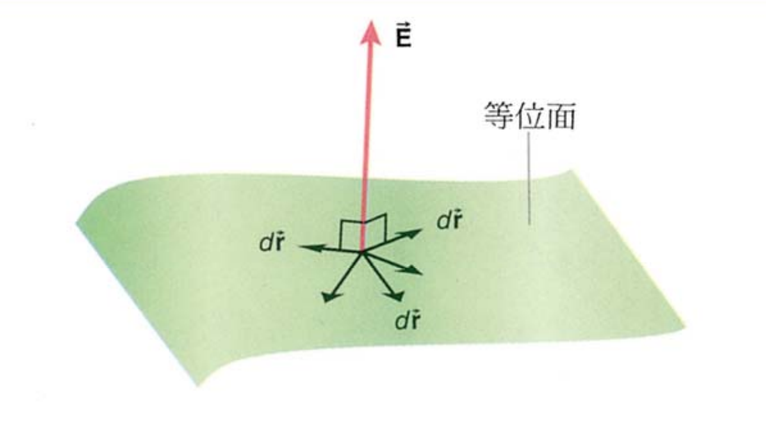
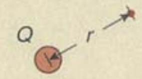


圖 13.21　在等位面上，各方向之各點的電位相等。電場必垂直於等位面。

不同電荷分佈之電位

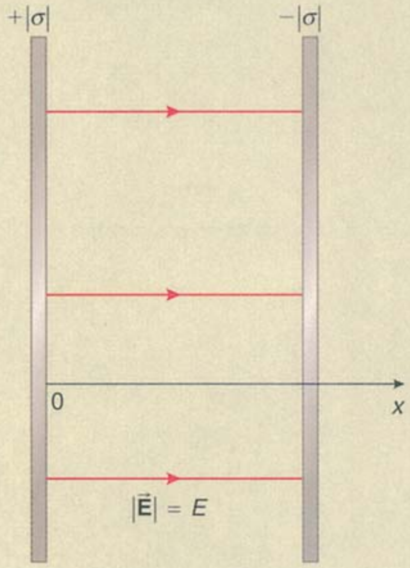
點電荷：

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$



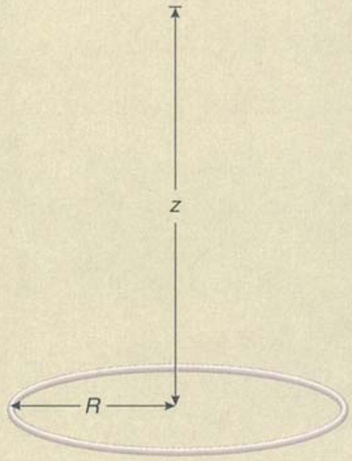
二帶異性電之無限大帶電平面 （ 均勻電場 ）:

$$V(x) - V(0) = -Ex$$



均勻帶電圓環在軸線上之電位：

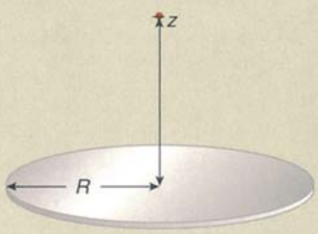
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\left(z^2 + R^2\right)^{1/2}}$$



不同電荷分佈之電位

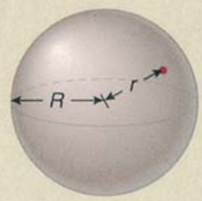
均勻帶電圓盤在軸線上的電位：

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{R^2}\left[\left(z^2 + R^2\right)^{1/2} - z\right]$$



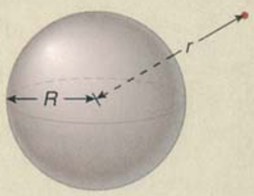
均勻帶電之導體球，r < R ：

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} \quad （常數）$$



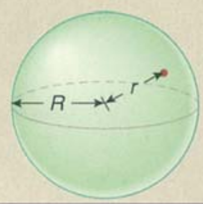
均勻帶電球體，r > R ：

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$



均勻帶電之絕緣球體，r < R ：

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$



等位面

- 等位面不必是一個實質的面，只要是垂直於電場之任意假想的面都是等位面。圖13.22即對不同電荷分佈所繪出的等位面。圖中任二相鄰等位面間的位差為一定值。在二維空間所繪出來的各等位點會是曲線，我們稱之為等位線。

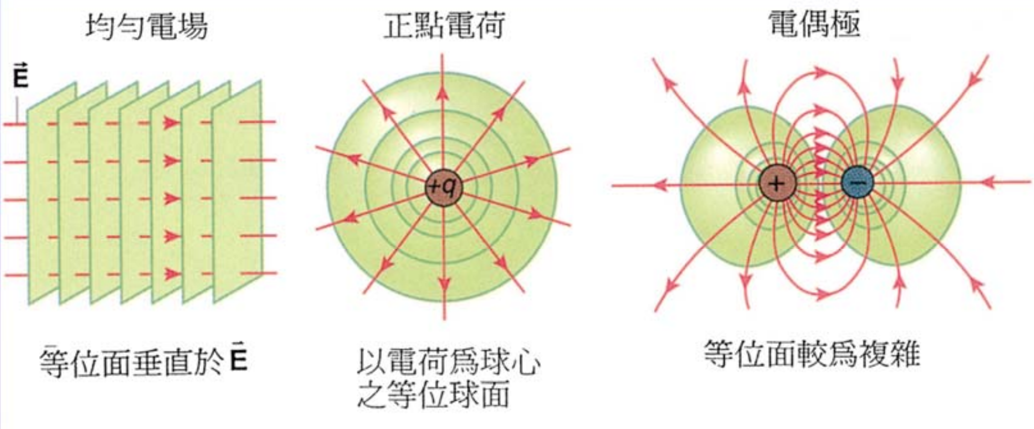


圖 13.22 等位面

13.6 電位與電場之關係

- 假如電位只是單獨半徑 ***r*** 的函數，亦即 ***V(r)*** －徑向方向的電場為

$$E_r = -\frac{dV}{dr}$$

- 對點電荷***Q***，我們知道其電位只為徑向坐標的***r***函數：

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

$$\begin{aligned} E_r &= -\frac{dV}{dr} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{Q}{r^2}\right] \\ &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \end{aligned}$$

電位與電場之關係

- 我們只可以用式 (13.12) 去計算分佈在有限大小的電荷所建立的電位：

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\substack{\text{有限大小之}\\\text{電荷分佈}}} \frac{dQ}{r}$$

假如電荷分佈在無限大的空間，我們只能由式 (13.8) 去計算V了：

$$\boxed{V(r_f) - V(r_i) = -\int_i^f \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}}$$

也就是說，我們只能由電場出發去計算電位了。

例題 13.8

對一個均勻帶電圓環在軸線上 z 處的電位為 (見例題13.3)

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(z^2 + R^2)^{1/2}}$$

試由電位計算 z 處的電場

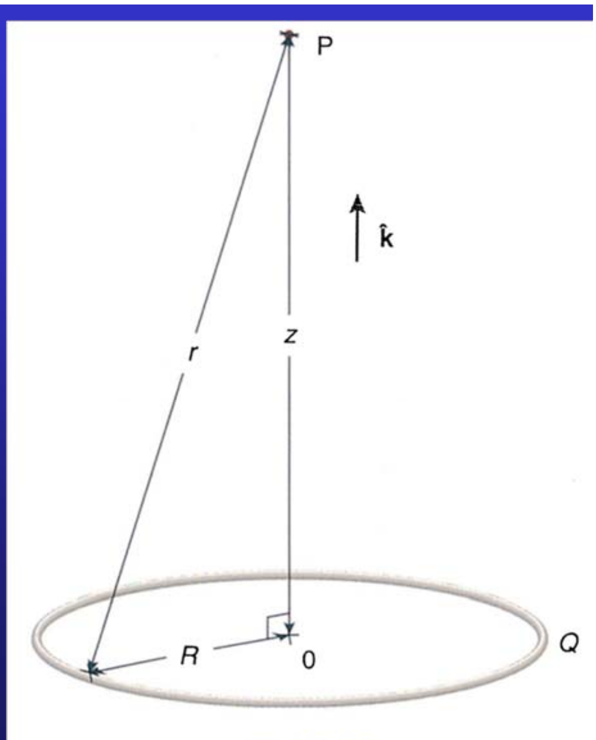


圖 13.12

解：

$$
\begin{aligned}
E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} \\
&= -\frac{dV}{dz} \\
&= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Q\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{2z}{(z^2+R^2)^{3/2}} \\
&= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qz}{(z^2+R^2)^{3/2}}
\end{aligned}
$$

電場 $\vec{\mathbf{E}} = E_z\hat{\mathbf{k}}$ 。這結果與12章之例題12.13同。

13.7 帶電質點在電力作用下之加速

- 帶電粒子在靜電力作用下，其力學能是守恒的。
- 一帶電粒子帶電量為**q**，其初動能為K_i，電位能為 $U_i = qV_i$ 。若該帶電粒子在電力作用下移至另一位置，該處之電位為V_f，也就是說該電荷之電位能為$U_f = qV_f$，而動能為K_f 。根據力學能守恒，式 (13.20)，動能的變化量為

$$
\begin{aligned}
0 &= \Delta K + (qV_f - qV_i) \\
0 &= \Delta K + q\Delta V
\end{aligned}
$$

$$\Delta K = -q\Delta V$$

例題 13.9

電子進入二帶電平行板間的均勻電場中。正、負板之電位分別為***+100V*** 與 ***-150V*** ，如圖13.23所示。電子之初速為 5.00×10^{6} m/s。試計算離開電場時之速率。

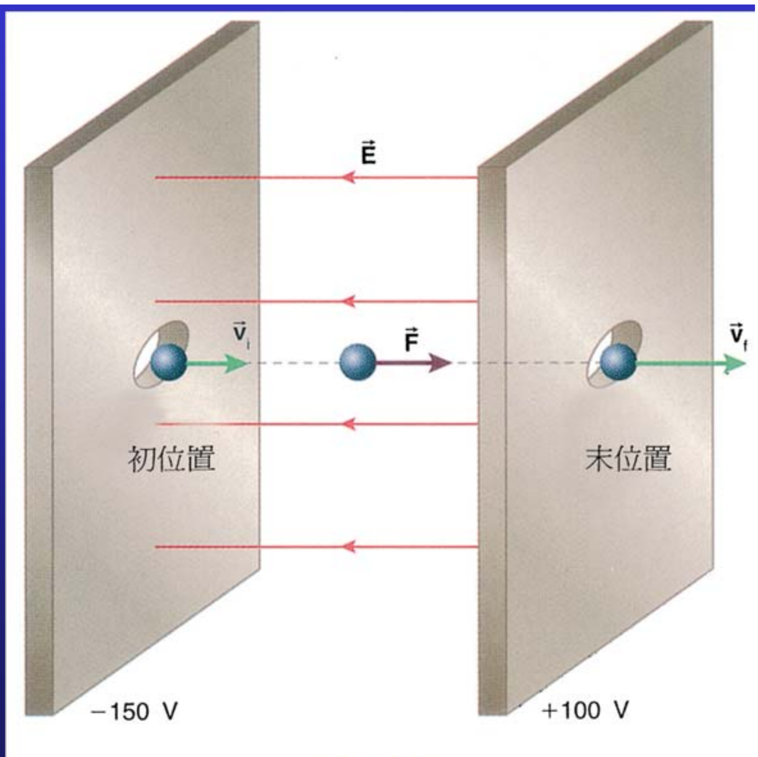


圖 13.23

解：

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\frac{m\upsilon_f^2}{2} + qV_f = \frac{m\upsilon_i^2}{2} + qV_i$$

$$\frac{m\upsilon_f^2}{2} = \frac{m\upsilon_i^2}{2} + q(V_i - V_f)$$

$$= \frac{m\upsilon_i^2}{2} + (-e)(V_i - V_f)$$

$$= \frac{m\upsilon_i^2}{2} + e(V_f - V_i)$$

$$\frac{m\upsilon_f^2}{2} = \frac{(9.11\times10^{-31})(5.00\times10^{6})^2}{2} + (1.602\times10^{-19})[100-(150)]$$

$$= 5.15\times10^{-17}\,(\mathrm{J})$$

$$\upsilon_f = 1.06\times10^{7}\,\mathrm{m/s}$$

13.8 新的能量單位：電子伏特

- 當我們去計算電子、質子與其它基本粒子時，用另一個能量單位“電子伏特”(electron-volt, eV) 較為方便。
- 1電子伏特定義為：一個負基本電荷單位 *-e* 經過 *1V* 電位差加速後之動能變化量。

$$\begin{aligned}\Delta K &= -q\Delta V \\ &= -(-1.602\times10^{-19}\ \mathrm{C})(1.000\ \mathrm{V}) \\ &= 1.602\times10^{-19}\ \mathrm{J}\end{aligned}$$

- 根據定義，此動能的變化量為1電子伏特 (eV)，因此其間的轉換為

$$\boxed{1\,\mathrm{eV} = 1.602\times10^{-19}\ \mathrm{J}}$$

例題 13.10

計算例題13.9中之電子的動能變化，請分別以 *eV* 與 *J* 為單位。

解：

既然電子帶電量為 $q=-e$ 。而電位的變化量 ΔV 為

$$
\begin{aligned}
\Delta V &= V_{\mathrm{f}} - V_{\mathrm{i}} \\
&= 100-(-150) \\
&= 250\ (\mathrm{V}) \\
\Delta K &= -q\Delta V \\
&= -(-e)(250\ \mathrm{V}) \\
&= 250\ eV \\
&= (250\ \mathrm{eV})(1.602\times 10^{-19}\ \mathrm{J/eV}) \\
&= 4.01\times 10^{-17}\ \mathrm{J}
\end{aligned}
$$

例題 13.11

一個質子在圖**13.24**裝置中，由靜止狀態被釋放，圖中之二板之電位如圖所標示，質子在二板間的電力作用下被加速至另一板。

a. 試問質子應靠近那一板，才可以達最大速率？

b. 試計算質子達另一板時之動能。(請用**eV**為單位)

c. 試計算其末速

d. 我們是否忘了給二板之間距呢？

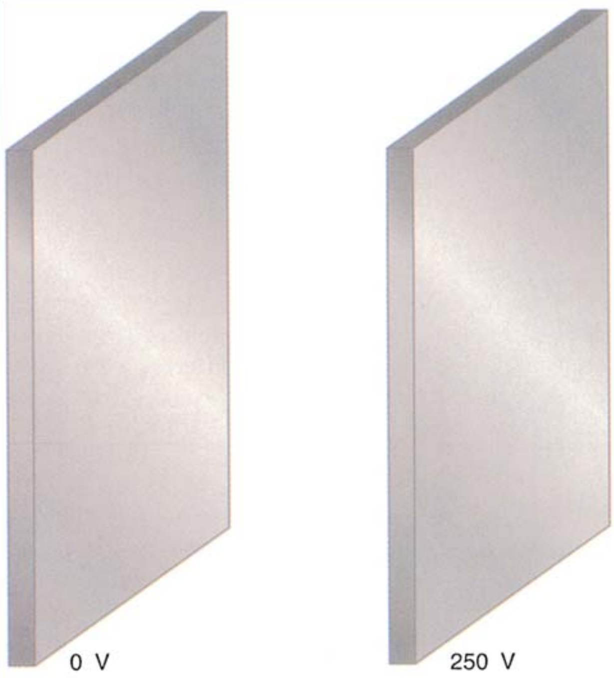


圖 13.24

解-1：

a.電場是由高電位指向低電位，所以此裝置圖中之電場方向如圖**13.25**所示，質子帶正電，所以電力方向與電場方向平行，$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$。因此，質子應該由近於 +250 V 的正板被釋放。

b.

$$\begin{aligned}\Delta K_{\text{in eV}} &= -q\Delta V \\ &= -(e)(V_\text{f} - V_\text{i}) \\ &= -(e)(0\text{ V} - 250\text{ V}) \\ &= 250\text{ eV}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta K &= K_\text{f} - K_\text{i} \\ &= K_\text{f} - 0\end{aligned}$$

$$K_\text{f} = 250\text{ eV}$$

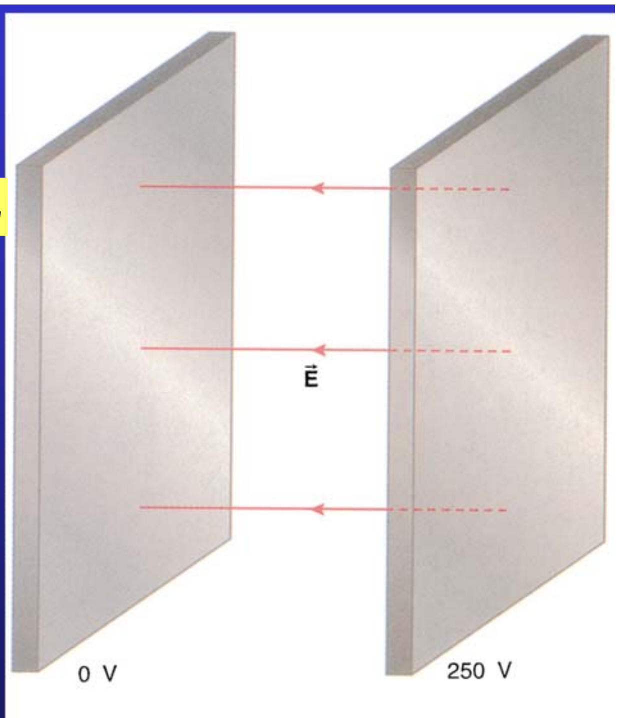


圖 13.25

解-2：

c.為了計算速率，必須將動能以*J*來表示

$$K = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

$$(250\text{ eV})(1.602\times10^{-19}\text{ J/eV}) = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

$$4.01\times10^{-17}\text{ J} = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

$$\upsilon = \left(\frac{2\times4.01\times10^{-17}}{1.67\times10^{-27}}\right)^{1/2}$$

$$= 2.19\times10^{5}\ (\text{m/s})$$

d.其實，我們並不需要二板間之距離。

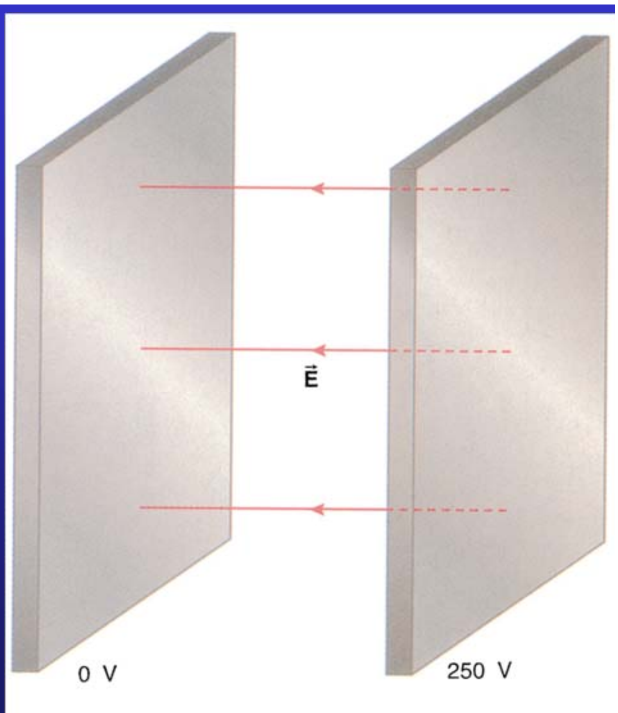


圖 13.25

例題 13.12

一個 α-粒子 (帶電量為 $+2e$) 由靜止狀態經一電位差為 $-1.0kV$ 之裝置而被加速。試計算 α- 粒子之末動能。

解：

α 粒子之帶電量 $q = +2e$，其動能的變化

$$\begin{aligned}\Delta K &= -q\Delta V \\ &= -(+2e)(-1.00\times 10^3\ \mathrm{V}) \\ &= 2.00\times 10^3\ \mathrm{eV} \\ &= 2.00\ \mathrm{keV}\end{aligned}$$

既然 α- 粒子之初動能為零，其末動能即為

2.00 keV

13.9 點電荷分佈之電位能

- 將點電荷放在空間中呈某一分佈狀態，外界要對這些電荷做功 (見圖13.26)。

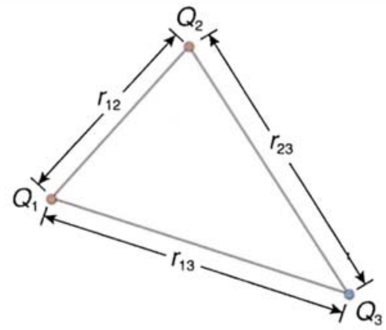


圖 13.26　數個電荷聚在一起

- 起初這些電荷在無限遠處，電荷彼此間沒作用力存在。我們取初狀態之電位能為零，當我們移入第一個電荷Q_1時並不需做功 (見圖13.27)。

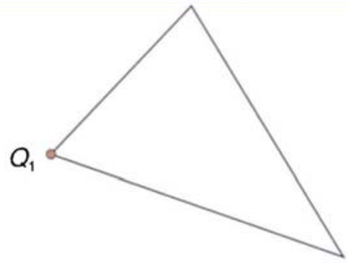


圖 13.27　移入第一個電荷時，並不需做功。

點電荷分佈之電位能

- 可是移入第二個電荷時，就得施力了。第一個電荷Q_1在第二個電荷的位置所產生的電位為

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r_{12}}$$

- 當Q_2被放進圖13.28中之位置時，具有電位能 Q_2V 或

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{r_{12}}$$

第二個電荷Q_2之電位能的變化為

$$\Delta U = U_{\mathrm{f}} - U_{\mathrm{i}}$$

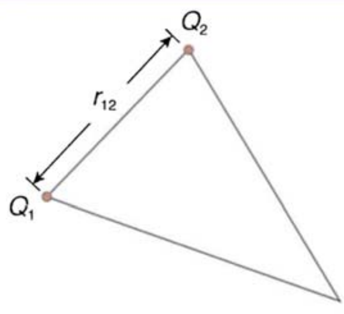


圖 13.28　第二個電荷被移入

點電荷分佈之電位能

➢ Q_1與Q_2在Q_3即將被放置的位置處所產生的電位為

$$V' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{r_{23}}$$

$$U_\mathrm{f} - U_\mathrm{i} = \left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2Q_3}{r_{23}}\right] - 0$$

$$U_\mathrm{total} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{Q_1Q_2}{r_{12}} + \frac{Q_1Q_3}{r_{13}} + \frac{Q_2Q_3}{r_{23}}\right]$$

$$W_\mathrm{elec} = -\Delta U_\mathrm{elec} = -(U_\mathrm{elec}^\mathrm{i,\,total} - U_\mathrm{elec}^\mathrm{f,\,total})$$

電荷在無限遠處時之電位能 $U_\mathrm{elec}^\mathrm{i,\,total}$ 為零

$$\boxed{W_\mathrm{elec} = -U_\mathrm{elec}^\mathrm{f,\,total}}$$

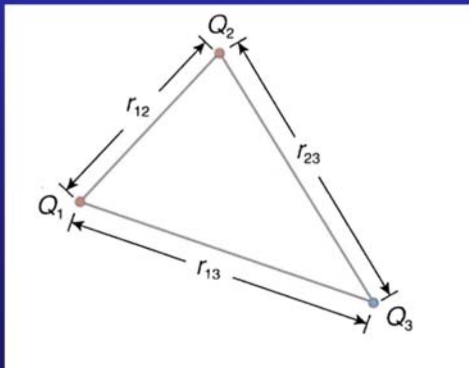


圖 **13.29** 第三個電荷被移入

例題 13.13

依水分子的模型，水分子可視為由電荷***0.66e***與***-0.66e***組成，此二電荷相距**0.057 nm**，如圖**12.63**。

a. 此電偶極之電荷組合的電位能為何？

b. 電荷自無限遠處靠近而形成電偶極，電力做正功、負功或是不做功呢？

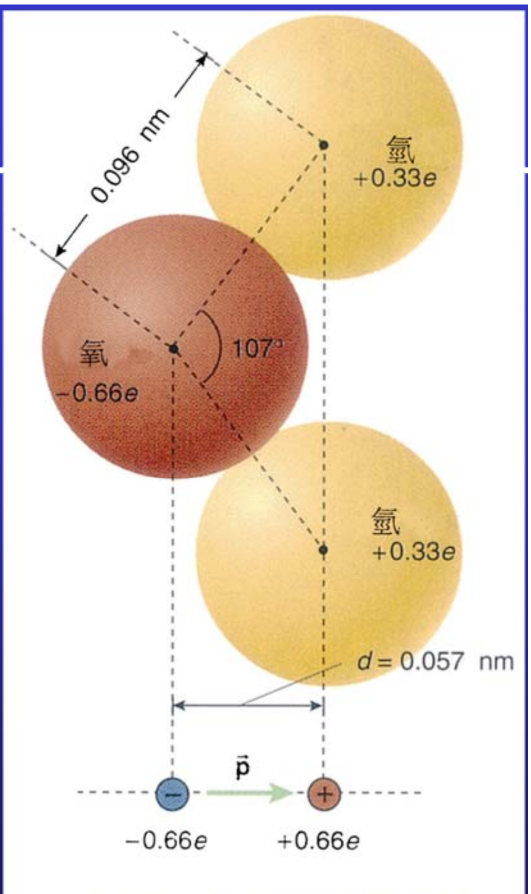


圖 **12.63** 水分子與其電偶極

解：

a.

$$U_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}}$$
$$= (9.00\times 10^9)\frac{(-0.66e)(0.66e)}{0.057\times 10^{-9}}$$
$$= -1.8\times 10^{-18}\ \text{(J)}$$
$$= -11\ \text{(eV)}$$

b.當電荷處在無限遠處，其電位能為零，既然，存於電偶極間的電位能為負值，則電力做正功。若想將電荷自電偶極移至無限遠處，你必須對它做正功。