

Q: 最近某支電視廣告推出一種新的口服減肥藥劑，為了了解此藥劑是否真的有效，隨機選了9位男孩來服用此藥，而9位男孩服用此藥劑一個月前後的體重記錄如下：

男孩	1	2	3	4	5	6	7	8	9
服用前	60	70	80	56	72	68	74	92	59
服用後	65	68	75	54	76	64	69	85	63

假設男孩的體重近似常態分配，試求：

- (a) 平均體重差 $\mu_1 - \mu_2$ 之 95% 信賴區間為何？
 (b) 在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 之下，檢定此藥劑是否有效？

A:

用體平均數

樣本標準差 $sd \sqrt{\frac{\sum d_i^2 - n\bar{d}^2}{n-1}}$

$$\left[\bar{d} \pm t_{\alpha/2, (n-1)} \frac{sd}{\sqrt{n}} \right]$$

$$t_{0.025, (8)} = 2.306$$

$$T = \frac{\bar{d}}{sd / \sqrt{n}}$$

$X_i \rightarrow$ 服用前

$Y_i \rightarrow$ 服用後

$$D = X_i - Y_i$$

$$M_D = \frac{[(60-65) + (70-68) + \dots + (59-63)]}{9} = \frac{12}{9} = 1.33$$

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2 - n\bar{d}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(-5)^2 + 2^2 + \dots + (-4)^2}{9-1}} = 4.53$$

$$(a) \quad t_{\alpha/2}(n-1) \Rightarrow t_{0.025}(8) = 2.306.$$

$$\left[\bar{d} - t_{\alpha/2}(n-1) \frac{s_d}{\sqrt{n}}, \bar{d} + t_{\alpha/2}(n-1) \frac{s_d}{\sqrt{n}} \right]$$
$$= \left[1.33 - 2.306 \frac{4.53}{\sqrt{9}}, 1.33 + 2.306 \frac{4.53}{\sqrt{9}} \right].$$

$$= [-2.15, 4.81] \text{ 為 } M_D \pm 95 \text{ C.I.}$$

$$(b) \quad H_0: M_D \leq 0 \quad (右尾).$$
$$H_1: M_D > 0$$

拒絕 H_0 if $T > t_{\alpha}(n-1)$.

$$t_{\alpha}(n-1) = t_{0.05}(8) = 1.86.$$

$$T = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}} = \frac{1.33}{4.53/\sqrt{9}} = 0.88$$

$$\overset{0.88}{T} < \underset{1.86}{t_{\alpha}(n-1)}$$

在 $\alpha = 0.05$ 之下, 不拒絕 H_0 .

表藥是無效!