

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x}) \times \frac{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2-x}}{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2-x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x})(\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2-x})}{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2-x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{x^2} + x - \cancel{x^2} + x}{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2-x}}$$

$\frac{\infty}{\infty}$ 不定型

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2-x}}$$

$\downarrow \div x$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x}{x}}{\sqrt{\frac{x^2+x}{x^2}} + \sqrt{\frac{x^2-x}{x^2}}}$$

$$\frac{1}{\infty} = 0$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}}$$

\downarrow
 ∞

$$= \frac{2}{1+1} = 1$$