

弧長

求函數 $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ 在 $x=0$ 至 $x=4$ 之間弧長?

因 $f(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$, 所以弧長為

$$L = \int_0^4 \sqrt{1 + \left(\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}\right)^2} dx$$

$$= \int_0^4 \sqrt{1 + \frac{9}{4}x} dx$$

$$= \frac{4}{9} \times \frac{2}{3} \left(1 + \frac{9}{4}x\right)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^4$$

$$= \frac{8}{27} (10\sqrt{10} - 1)$$