

第 4 章 習題解答

習題 4-1

1. (1) $0, \frac{3}{4}$ (2) $\pm\sqrt{2}$ (3) $0, 1$ (4) -1

2. (1) 0 (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\sqrt{3}$

習題 4-2

1. (1) 遞增區間： $(-\infty, \infty)$ ，無遞減區間及極值。

(2) 遞增區間： $(-1, 0) \cup (1, \infty)$ ，遞減區間： $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ ，
相對極大值： $f(0) = 0$ ，相對極小值： $f(\pm 1) = -1$ 。

(3) 遞增區間： $(-\infty, -1 - \sqrt{6}) \cup (-1 + \sqrt{6}, \infty)$ ，

遞減區間： $(-1 - \sqrt{6}, -1) \cup (-1, -1 + \sqrt{6})$ ，

相對極大值： $f(-1 - \sqrt{6}) = -3 - 2\sqrt{6}$ ，相對極小值： $f(-1 + \sqrt{6}) = -3 + 2\sqrt{6}$ 。

(4) 遞增區間： $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ ，遞減區間： $(-1, 0) \cup (0, 1)$ ，
相對極大值： $f(-1) = -2$ ，相對極小值： $f(1) = 2$ 。

(5) 遞增區間： $(0, \frac{\pi}{4}) \cup (\frac{5\pi}{4}, 2\pi)$ ，遞減區間： $(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4})$ ，

相對極大值： $f(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$ ，相對極小值： $f(\frac{5\pi}{4}) = -\sqrt{2}$ 。

(6) 遞增區間： $(-1, \infty)$ ，遞減區間： $(-\infty, -1)$ ，

相對極小值： $f(-1) = -e^{-1}$ 。

(7) 遞增區間： (e^{-1}, ∞) ，遞減區間： $(0, e^{-1})$ ，

相對極小值： $f(e^{-1}) = -e^{-1}$

習題 4-3

1. (1) 相對極大值： $f(0) = 2$ ，相對極小值： $f(2) = -2$ ，反曲點： $(1, 0)$ 。

(2) 相對極大值： $f(0) = 0$ ，相對極小值： $f(\pm 1) = -1$ ，

反曲點： $(\pm \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{5}{9})$ 。

(3) 相對極大值： $f(-1) = 2$ ，相對極小值： $f(1) = -2$ ，

反曲點： $(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{7}{4\sqrt{2}}), (0, 0)$ 。

(4) 相對極大值： $f(0) = 0$ ，相對極小值： $f(\frac{2}{5}) = -\frac{3}{25} \sqrt[3]{20}$ ，

反曲點： $(-\frac{1}{5}, -\frac{6}{25} \sqrt[3]{5})$

(5) 相對極大值： $f(\pi) = -1$ ，

相對極小值： $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2}, f\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2},$

反曲點： $(x_i, f(x_i)), i=1,2,3,4$ 其中

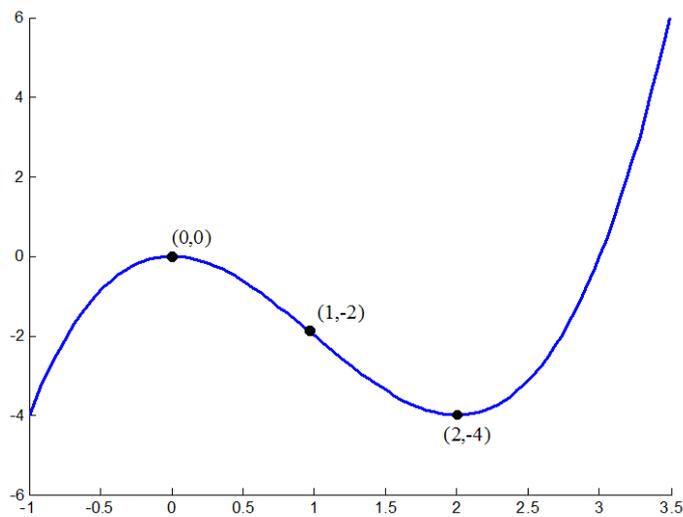
$$x_1 = \cos^{-1}\left(\frac{-1-\sqrt{33}}{8}\right), x_2 = \cos^{-1}\left(\frac{-1+\sqrt{33}}{8}\right)$$

$$x_3 = 2\pi - \cos^{-1}\left(\frac{-1-\sqrt{33}}{8}\right), x_4 = 2\pi - \cos^{-1}\left(\frac{-1+\sqrt{33}}{8}\right)$$

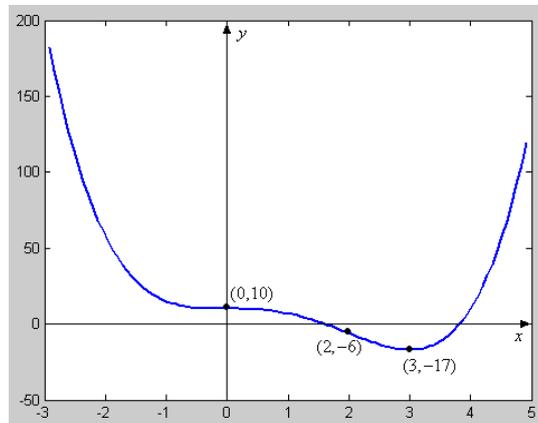
2. (1) 上凹區間： $(-1, \infty)$ ，下凹區間： $(-\infty, -1)$ ，反曲點： $(-1, 21)$ 。
 (2) 上凹區間： $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ ，下凹區間： $(-1, 1)$ ，反曲點： $(\pm 1, -5)$ 。
 (3) 上凹區間： $(-2, \infty)$ ，下凹區間： $(-\infty, -2)$ ，反曲點： $(-2, -2e^{-2})$ 。
 (4) 上凹區間： $(e^{\frac{3}{2}}, \infty)$ ，下凹區間： $(-\infty, e^{\frac{3}{2}})$ ，反曲點： $(e^{\frac{3}{2}}, \frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}})$ 。

習題 4-4

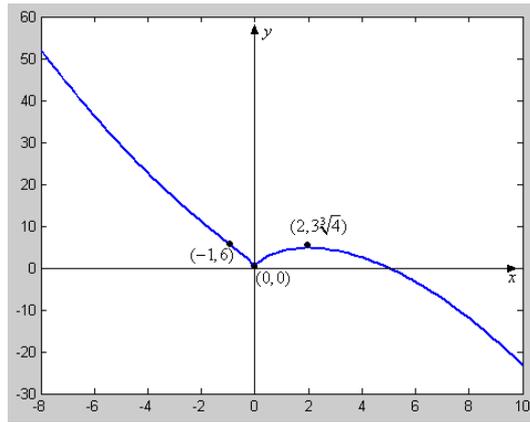
1.



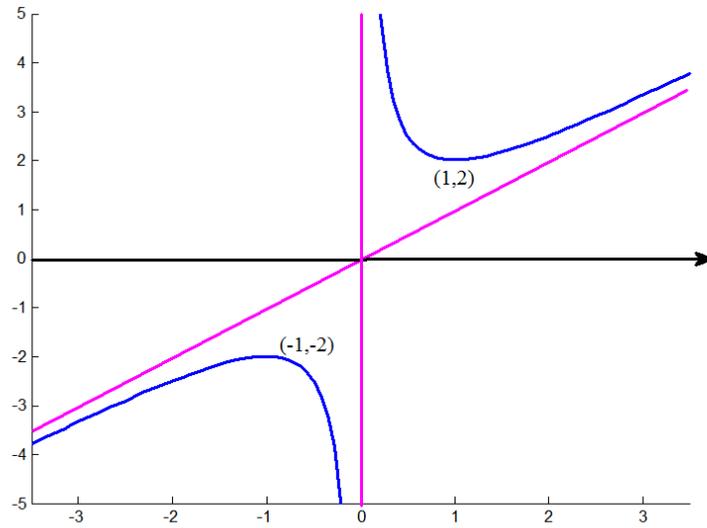
2.



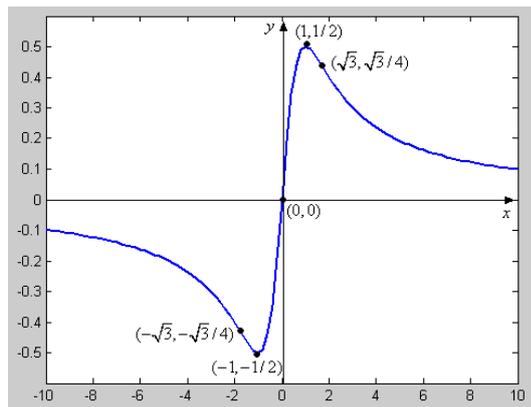
3.



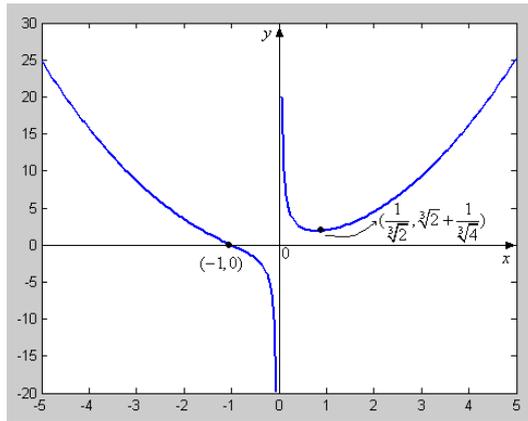
4.



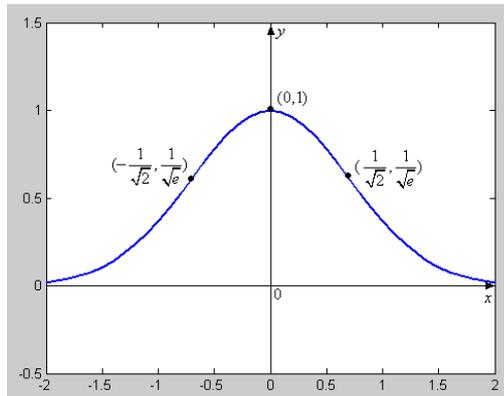
5.



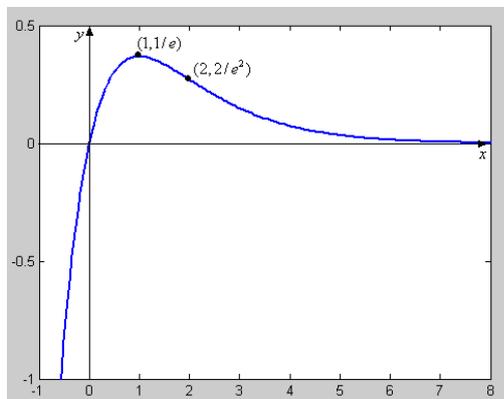
6.



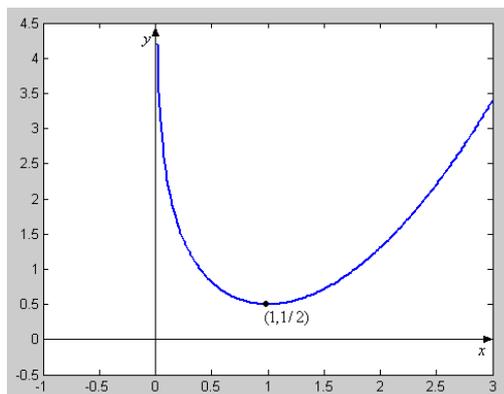
7.



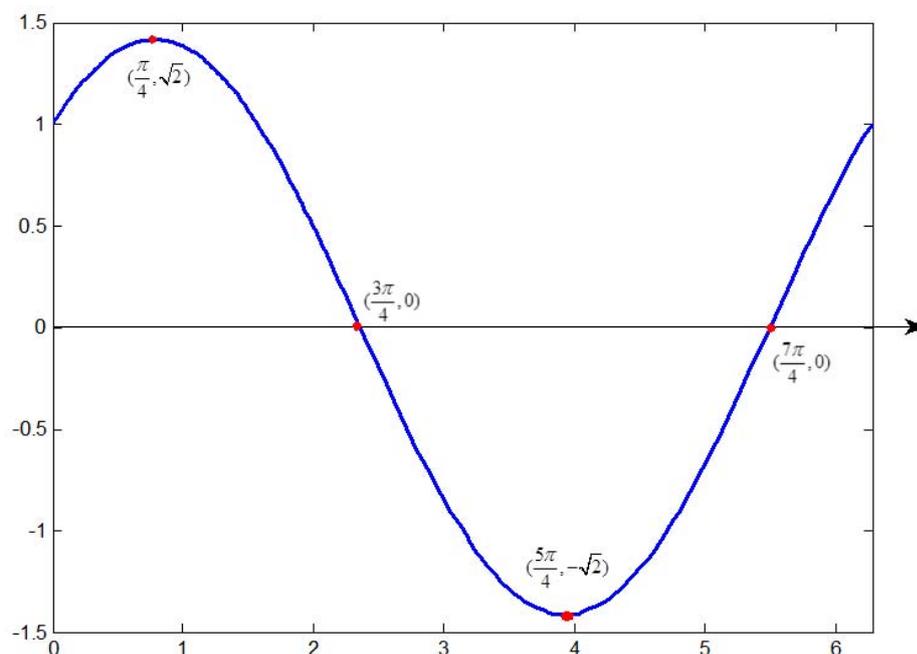
8.



9.



10.



習題 4-5

1. $-\frac{3}{10}$ 安培/歐姆
2. $25\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{分}$ 。
3. (1) 當速度為 13 公尺/秒時在 $t = -2$ 時的加速度為 $a(-2) = -12$ ，在 $t = 2$ 時的加速度為 $a(2) = 12$ 。
(2) 當加速度為 6 公尺/秒²時速度為 $v(1) = 4$ 公尺/秒。
4. 梯子頂端以 $\frac{13}{8}$ (公尺/分) 之速率下降。
5. $\frac{1}{20000\pi}$ 公分/分。
6. (1) $\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$ (2) 3π 平方公分/秒。
7. (1) $\frac{dV}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt} h + \pi r^2 \frac{dh}{dt}$ (2) -20π 立方公分/秒

習題 4-6

1. 兩數為 8,8。
2. 當 $x = a/\sqrt{2}$ 時有最大面積 $2ab$ 。

2. 1.2838

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	x_{n+1}
0	1.00000	-2.00000	5.00000	1.40000
1	1.40000	1.24160	11.97600	1.29633
2	1.29633	0.12027	9.71370	1.28394
3	1.28394	0.00154	9.46639	1.28378
4	1.28378	0.00000		

3. 1.14642

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	x_{n+1}
0	1.00000	-0.28172	1.71828	1.16395
1	1.16395	0.03862	2.20257	1.14642
2	1.14642	0.00049		

4. 2.9884

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	x_{n+1}
0	3.00000	0.01001	0.85888	2.98835
1	2.98835	0.00007		

5. 2.2361

6. 1.1225

7. 0.9933

8. 1.7455