

第 11 章 習題簡答

習題 11-1

1. 收斂 2. 收斂 3. 發散 4. 收斂
5. 發散 6. 發散 7. 發散

習題 11-2

1. 收斂 2. 發散 3. 收斂 4. 收斂
5. 收斂 6. 收斂 7. 收斂 8. 發散
9. 發散 10. 發散 11. 收斂 12. 收斂

習題 11-3

1. 絕對收斂 2. 條件收斂 3. 條件收斂
4. 絕對收斂 5. 條件收斂

習題 11-4

1. (1) $f(x) = \frac{1}{2+x} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2^2} - \frac{x^3}{2^3} + \cdots + (-1)^n \frac{x^n}{2^n} + \cdots \right), \forall |x| < 2$

(2) $f(x) = \frac{x^3}{1-x} = x^3 + x^4 + \cdots + x^n + \cdots, \forall |x| < 1$

(3) $f(x) = \frac{1}{2+5x} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{5}{2}x + \frac{5^2}{2^2}x^2 - \frac{5^3}{2^3}x^3 + \cdots + (-1)^n \frac{5^n}{2^n}x^n + \cdots \right), \forall |x| < \frac{2}{5}$

2. (1) 收斂半徑： ∞ ，收斂區間： $(-\infty, \infty)$

(2) 收斂半徑： $\frac{3}{2}$ ，收斂區間： $(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$

(3) 收斂半徑： $\frac{1}{2}$ ，收斂區間： $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

3. 0.3333

4. (1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n \cdot n!}, -\infty < x < \infty$ (2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n(2n+1)} x^{2n+1}, |x| < 1$

習題 11-5

1. (1) $\frac{\sqrt{2}}{2} \left[1 + (x - \frac{\pi}{4}) - \frac{1}{2!} (x - \frac{\pi}{4})^2 - \frac{1}{3!} (x - \frac{\pi}{4})^3 + \cdots \right]$

(2) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} (x - \frac{\pi}{3}) - \frac{1}{2 \cdot 2!} (x - \frac{\pi}{3})^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3!} (x - \frac{\pi}{3})^3 + \frac{1}{2 \cdot 4!} (x - \frac{\pi}{3})^4 + \cdots$

2. (1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^{n+1}$ (2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{n!} x^{n+1}$ (3) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+3}}{(2n+1)!}$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n)!} x^{2n-1}$ (5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$

3. (1) 0.1248 (2) -0.7966 (3) 0.4485