

形。檢定力曲線可看出正確拒絕虛無假設的機率。

重要公式

母體平均數假設檢定的檢定統計量： σ 已知

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \quad (9.1)$$

母體平均數假設檢定的檢定統計量： σ 未知

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \quad (9.2)$$

母體比例假設檢定的檢定統計量

$$z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \quad (9.4)$$

母體平均數單尾檢定的樣本大小

$$n = \frac{(z_\alpha + z_\beta)^2 \sigma^2}{(\mu_0 - \mu_a)^2} \quad (9.7)$$

若是雙尾檢定， z_α 則改為 $z_{\alpha/2}$ 。

補充習題

60. 某生產線將平均 16 盎司的東西裝填入一容器內，多填或少填都會造成嚴重的問題，必須停掉整個生產線。根據過去的資料， σ 已知為 0.8 盎司，某品管檢驗員每兩個小時抽出 30 個樣本，並決定是否要停機。顯著水準 $\alpha=0.05$ 。
 - a. 描述此題的假設檢定。
 - b. 若樣本平均數 $\bar{x}=16.32$ 盎司， p 值為何？你會如何處置？
 - c. 若樣本平均數 $\bar{x}=15.82$ 盎司， p 值為何？你會如何處置？
 - d. 運用臨界值法，前述假設檢定程序的拒絕法則為何？重複 (b) 與 (c) 的檢定，是否得到相同的結論？
61. 衛斯登大學的歷史資料顯示，大一新生參加獎學金申請的考試平均成績為 900 分，歷史資料的母體標準差是 $\sigma=180$ 。副院長會根據申請人的樣本以決定是否調整申請獎學金的成績要求。
 - a. 建立假設。
 - b. 如果樣本是 200 位申請者，樣本平均數 $\bar{x}=935$ ，考試分數的母體平均數的 95% 信賴區間估計值是多少？
 - c. 以信賴區間進行假設檢定， $\alpha=0.05$ ，你的結論是什麼？
 - d. p 值是多少？
62. *Playbill* 是在全國發行的雜誌，讀者是欣賞音樂或劇場表演者。*Playbill* 的全體

讀者構成的母體，其平均家庭年所得是 \$119,155 (*Playbill*, January 2006)。假定標準差 $\sigma = \$20,700$ 。舊金山的某文化娛樂團體聲稱，住在灣區欣賞劇場表演的觀眾有比較高的家戶所得。以灣區 60 名觀賞劇場表演的觀眾構成的樣本顯示家庭所得是 \$126,100。

- a. 建立虛無假設及對立假設，此假設可用來確認樣本資料是否支持住在灣區欣賞劇場表演的觀眾的家戶所得高於 *Playbill* 的讀者群的家戶平均所得。
- b. 根據灣區 60 名觀賞劇場表演的觀眾構成的樣本求得的 p 值是多少？
- c. 顯著水準 $\alpha = 0.01$ ，你的結論是什麼？

63. 週五的華爾街，交易商焦急等待政府宣布新增的工作數目。稍早對經濟學者的意見普查得到的估計數值是 250,000 個工作機會 (CNBC, January 3, 2006)。但是，週四下午針對 20 位經濟學家的抽樣調查得到的樣本平均值是 266,000，樣本標準差是 24,000。財務分析人員通常稱此種根據較晚的大消息而得到的樣本平均數為耳語數 (whisper number)，而視「普查估計值」為母體平均數。進行假設檢定以決定耳語數與普查估計值相較，在統計的意義上是顯著地增加。顯著水準 $\alpha = 0.01$ 。

64. 大學委員會指出，公立大學的新生申請人數平均是 6000 人 (*USA Today*, December 26, 2002)。以 32 所公立大學為樣本，得到新生申請人數的平均值為 5812，樣本標準差為 1140。以上的資料是否顯示新生申請入學人數已改變 ($\alpha = 0.05$)？

65. 美國健保的相關研究指出，2003 年健保投保人的年度支出是 \$6883 (*Money*, Fall 2003)。為調查全國的差異，研究者以印第安拿坡里市的 40 位健保投保人為樣本。該樣本顯示，2003 年的健保平均花費是 \$5980，標準差是 \$2518。

- a. 建立假設，可用以檢定印第安拿坡里市的健保支出低於全國平均值。
- b. 運用樣本資料求算檢定統計量及 p 值。
- c. $\alpha = 0.05$ ，你的結論為何？
- d. 以臨界值法重複上述的假設檢定。

66. 佛羅里達州某社區在廣告上宣稱該區的自用住宅平均價格在 \$125,000 (含) 以下。假定樣本中有 32 筆資料，樣本平均數為 \$130,000，樣本標準差為 \$12,500，在 0.05 的顯著水準下，檢驗該宣稱的有效性。



67. 美國能源局的報告指出，美國境內每加侖普通汽油的平均價格是 \$2.357 (U.S. Energy Administration, January 30, 2006)。在北卡羅來納州、南卡羅來納州及美國中西部等地區的 50 個加油站取得的油價樣本可參考隨書光碟中的 Gasoline 資料集。請進行假設檢定，以決定上述地區每加侖普通汽油的平均價格與全國的平均價格有異。顯著水準是 0.05，說明你的結論。

68. 疾病管制局的調查顯示，23.3% 的成人抽菸，其中有 70% 表示想戒菸 (*Associated Press*, July 26, 2002)。疾病管制局亦指出，抽菸者有 50% 可以成功戒菸，另有報導則指出，戒菸成功機率與教育程度有關。假定以 100 位具大學學歷的抽菸者為樣本，其中 64 人已不再抽菸。

- a. 請建立假設，其可用來檢定具大學學歷的抽菸者戒菸成功的比例高於整個母體。
- b. 使用上述的樣本資料，具大學學歷的抽菸者戒菸成功的比例為何？
- c. p 值為何？ $\alpha=0.01$ ，你的結論為何？
69. 一項針對商務旅客的航空促銷方案根據的假定是，隔夜的長途飛行中， $2/3$ 的旅客會使用筆記型電腦。
- a. 建立可檢定上述宣稱的假設。
- b. 美國運通贊助的調查，發現 546 位旅客中有 355 位旅客使用筆記型電腦，樣本比例為何？
- c. p 值為何？
- d. $\alpha=0.05$ ，你的結論為何？
70. 虛擬客服中心是由許多離家工作的個人提供服務。許多在傳統客服中心工作的家庭代理商，每小時可賺 \$10 到 \$15，沒有福利；或者是時薪 \$7-9，有福利 (*BusinessWeek*, January 23, 2006)。某公司考慮僱用家庭代理商，但顧客滿意水準必須在 80% 以上。針對家庭代理商進行一項檢定。在 300 位顧客的樣本中，252 位表示滿意服務。
- a. 建立假設，可讓該公司用來檢定家庭代理商的服務水準符合該公司的要求。
- b. 滿意顧客所佔比例的點估計值是多少？
- c. 樣本資料的 p 值是多少？
- d. 你的結論是什麼？如果顯著水準 $\alpha=0.05$ ？
71. 2004 年是選舉年，每天都有新的民調出現。IBD/TIPP 針對 910 位成人所進行的民調顯示，503 位回答者對國家未來的遠景感到樂觀，布希總統的領導指標上升 4.7 分到 55.3 (*Investor's Business Daily*, January 14, 2004)。
- a. 對國家前景樂觀以對的回答者的樣本比例是多少？
- b. 競選團隊想宣稱此項民調顯示大部分成年人對未來前景感到樂觀。請建立假設檢定，使得拒絕虛無假設表示得到的結論是，認為國家前景樂觀的人大於 50%。
- c. 以民調資料計算 (b) 假設檢定的 p 值。並向競選團隊說明對於結果的顯著水準， p 值代表的意義是什麼？
72. 某個觀光區的電台宣布，週末該地區至少有 90% 的旅館及汽車旅館會客滿。電台建議聽眾應該事先訂房。某個週末，58 家旅館或汽車旅館中有 49 家客滿。從樣本資料來看，你對電台的說法有什麼意見？以 $\alpha=0.05$ 進行假設檢定。 p 值為何？
73. 根據聯邦政府的資料顯示，24% 的勞工參與公司的醫療保險，不需額外負擔費用 (*Statistical Abstract of the United States: 2006*)。假定 400 名勞工的樣本中有 81 名參加公司的醫療保險，不需額外負擔費用。
- a. 建立假設，可用來檢定參與公司的醫療保險而不必額外負擔費用的勞工的比例下降。

- b. 參與公司的醫療保險而不必額外負擔費用的勞工的比例的點估計值是多少？
- c. 參與公司的醫療保險而不必額外負擔費用的勞工的比例在統計上是否顯著地下降了？ $\alpha=0.05$ 。
74. Shorney 建設公司進行工程投標時，認為每位工人每天的平均休息時間應少於 72 分鐘。現隨機抽出 30 名工人，假設母體標準差為 20 分鐘。
- 建立假設。
 - 如果母體的平均休息時間是每日 80 分鐘，試計算發生型 II 錯誤的機率。
 - 如果母體的平均休息時間是每日 75 分鐘，試計算發生型 II 錯誤的機率。
 - 如果母體的平均休息時間是每日 70 分鐘，試計算發生型 II 錯誤的機率。
 - 請畫出檢定力曲線。
75. 美國聯邦政府針對低收入社區提供補助。補助標準是該社區的家庭年均所得低於 \$15,000，社區之家庭年均所得等於或高於 \$15,000，則不具補助資格。是否補助則根據自社區抽樣之家庭樣本而定。假設檢定的顯著水準是 0.02，假定補助原則規定，不補助家庭年所得 \$14,000 社區的機率，不得超過 0.05。請問制定此決策所需的樣本大小？ $\sigma=\$4000$ 是計畫值。
76. $H_0: \mu = 120$ 及 $H_a: \mu \neq 120$ 用來檢定香皂製程是否正常，標準是每個生產批次可產出 120 塊香皂。檢定的顯著水準是 0.05，標準差的計畫值是 5。
- 如果每個批次的平均產出降到 117 塊，廠商希望有 98% 的機會得到的結論是：製程不符合標準。請問該用多大的樣本？
 - 利用 (a) 得到的樣本大小，如果實際產出的平均值是以下各個數值：117, 118, 119, 121, 122 及 123，請計算檢定結果認為製程一切正常的機率為何？發生型 II 錯誤的機率各為何？

個案問題 1 品質顧問公司

品質顧問公司為顧客提供抽樣及統計上的諮詢服務，以進行製程管制。某個案的客戶提供品質顧問公司在正常製程下所抽出的 800 個樣本觀測值，樣本標準差為 0.21，因此，母體標準差也假設為 0.21。品質顧問公司建議，該客戶應每隔一段時間抽出 30 個樣本資料，藉由新的抽樣資料，該客戶可以隨時掌握製程的狀況，且當製程不穩定時，可以立刻採取校正的行動。設計規格中規定製程的平均數應為 12，品質顧問公司建議的假設檢定如下。

$$H_0: \mu = 12$$

$$H_a: \mu \neq 12$$

若 H_0 被拒絕，則進行校正行動。

下列四組樣本是在新的抽樣程序中，每小時所抽到的樣本資料。資料收錄在隨書光碟的資料集 Quality。



樣本 1	樣本 2	樣本 3	樣本 4
11.55	11.62	11.91	12.02
11.62	11.69	11.36	12.02
11.52	11.59	11.75	12.05
11.75	11.82	11.95	12.18
11.90	11.97	12.14	12.11
11.64	11.71	11.72	12.07
11.80	11.87	11.61	12.05
12.03	12.10	11.85	11.64
11.94	12.01	12.16	12.39
11.92	11.99	11.91	11.65
12.13	12.20	12.12	12.11
12.09	12.16	11.61	11.90
11.93	12.00	12.21	12.22
12.21	12.28	11.56	11.88
12.32	12.39	11.95	12.03
11.93	12.00	12.01	12.35
11.85	11.92	12.06	12.09
11.76	11.83	11.76	11.77
12.16	12.23	11.82	12.20
11.77	11.84	12.12	11.79
12.00	12.07	11.60	12.30
12.04	12.11	11.95	12.27
11.98	12.05	11.96	12.29
12.30	12.37	12.22	12.47
12.18	12.25	11.75	12.03
11.97	12.04	11.96	12.17
12.17	12.24	11.95	11.94
11.85	11.92	11.89	11.97
12.30	12.37	11.88	12.23
12.15	12.22	11.93	12.25

管理報告

1. 在顯著水準為 0.01 下，分別對四組樣本進行假設檢定，並決定要採取何種行動。計算每個檢定的檢定統計量之值及 p 值。
2. 考慮這四組樣本的標準差，請問假設母體標準差為 0.21 是否合理？
3. 計算樣本平均數 \bar{x} 在 $\mu = 12$ 附近的範圍界限，若 \bar{x} 在此界限內，表示操作正常；若在此界限外，則必須採取校正行動。此界限稱為品質管制的管制上下限。
4. 若增加顯著水準的值，有什麼意義？請討論。如此做的話，什麼誤差會增加？

個案問題 2 失業研究

美國勞工統計局每個月都會出版一些有關失業的統計資料，其中包括失業的人數和失業的平均時間。勞工統計局於 1998 年 11 月報導指出，失業的平均時間長為 14.6 週。

費城市長委託一項研究，以瞭解費城地區的失業狀況。一組 50 位費城失業居民的樣本，記錄了他們的年齡和失業週數資料，其中 1998 年 11 月蒐集的部分資料

如下所示，全部完整的資料收錄在隨書光碟的 BLS 資料檔。

CD file
BLS

年齡	週數	年齡	週數	年齡	週數
56	22	22	11	25	12
35	19	48	6	25	1
22	7	48	22	59	33
57	37	25	5	49	26
40	18	40	20	33	13

管理報告

1. 利用敘述統計量彙整這份資料。
2. 求算費城失業人口之平均年齡的 95% 信賴區間估計值。
3. 執行假設檢定，以判定費城失業人口的平均失業時間是否大於全國的平均時間 14.6 週。使用 0.01 的顯著水準。你的結論為何？
4. 失業人口的年齡和失業週數之間，是否存在某種關係？請解釋之。

附錄 9.1 以 Minitab 進行假設檢定

我們要說明如何使用 Minitab 進行母體平均數和母體比例的假設檢定。

母體平均數： σ 已知

我們以 9.3 節有關 MaxFlight 高爾夫球移動距離的資料為例。將資料輸入 Minitab 工作表的 C1 欄。假設檢定的顯著水準是 $\alpha = 0.05$ ，假設已知母體標準差 σ 為 12。下列步驟可用來檢定 $H_0: \mu = 295$, $H_a: \mu \neq 295$ 。

CD file
GolfTest

步驟 1. 選取 **Stat** 下拉式表單

步驟 2. 選擇 **Basic Statistics**

步驟 3. 選擇 **1-Sample Z**

步驟 4. 當 1-Sample Z 對話方塊出現時：

在 **Samples in columns** 欄中輸入 C1

在 **Standard deviation** 欄中輸入 12

選取 **Perform Hypothesis Test**

在 **Hypothesized mean** 欄中輸入 295

選取 **Options**

步驟 5. 當 1-Sample Z-Options 對話方塊出現時：

在 **Confidence level** 欄中輸入 95 *

在 **Alternative** 欄中選取 **not equal**

* Minitab 可同時提供假設檢定與區間估計兩種結果。使用者對於母體平均數的區間估計，可選擇任何信賴水準，此處建議值為 95%。